

# Bem Estar Social

---

Roberto Guena

USP

Bem Estar Social com utilidades cardinais

O teorema de Arrow

Justiça

## **Bem Estar Social com utilidades card**

---

## A função de bem estar social

Sejam:

- $n$  indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- $\mathbf{x}_i$  a cesta de consumo do indivíduo  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$  a alocação de consumo da economia.
- $u_i(\mathbf{x})$  a função utilidade do consumidor  $i$ .

Uma função de bem-estar social  $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$  é uma função que ordena as possíveis distribuições de utilidade entre os indivíduos atribuindo valores maiores às distribuições mais desejáveis do ponto de vista social, seja lá o que isso signifique. Suporemos que  $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$  é não decrescente em relação a  $u_1, u_2, \dots, u_n$

## A função de bem-estar social benthamita

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n u_i$$

## A função de bem-estar social rawsiana

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

## Função de bem-estar social individualista ou de Bergson-Samuelson

Pressupõe que cada indivíduo esteja preocupado apenas com seu consumo:

$$W(u_1(\mathbf{x}_1), u_2(\mathbf{x}_2), \dots, u_n(\mathbf{x}_n))$$

# Possibilidades de utilidade e escolha social ótima

## **Conjunto de possibilidades de utilidade**

É o conjunto dos vetores de utilidade  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  associados a cada alocação factível da economia.

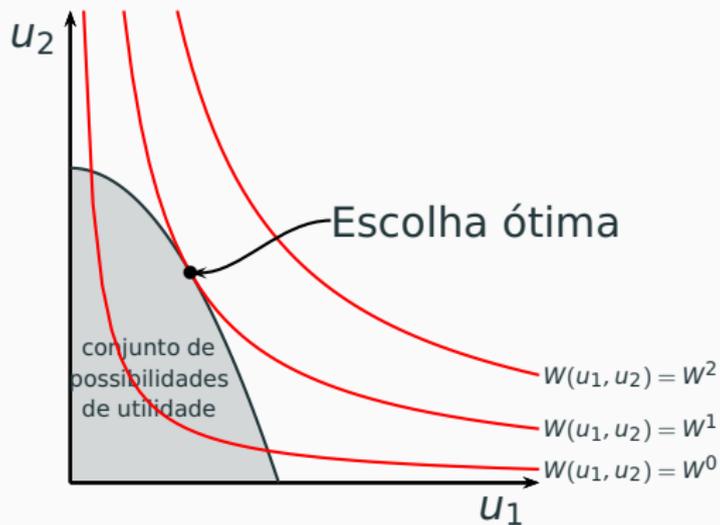
## **Fronteira de possibilidades de utilidade**

É o conjunto dos vetores de utilidade  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  associados a cada alocação eficiente da economia.

## **Escolha social ótima**

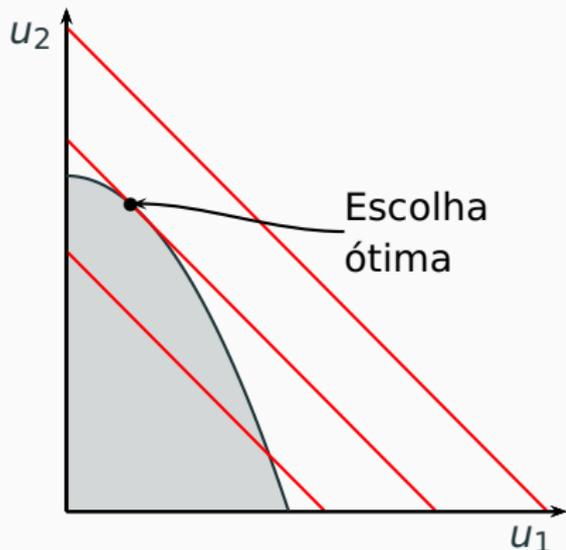
É a alocação econômica correspondente à distribuição de utilidade  $u_1, u_2, \dots, u_n$  que maximiza  $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$  dada a restrição de que  $u_1, u_2, \dots, u_n$  deve pertencer ao conjunto de possibilidades de utilidade.

# Escolha social ótima

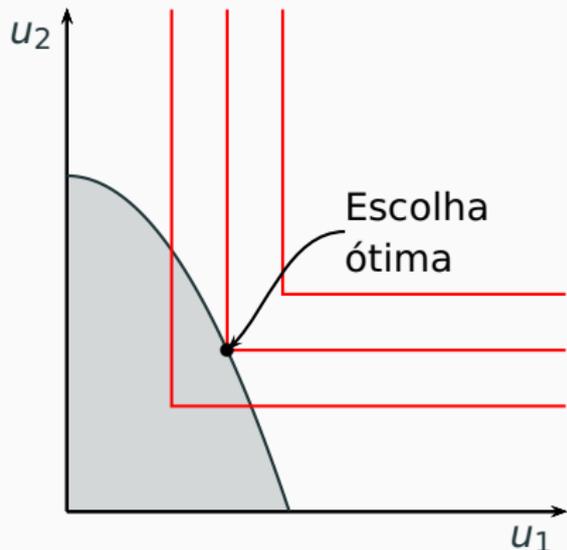


# Efeito da função de bem-estar social

## FBES Benthamita



## FBES Rawsiana



# **O teorema de Arrow**

---

## Teorema de Arrow

É possível agregar de modo razoável as preferências individuais em uma preferência social sem que seja necessário recorrer à idéia de cardinalidade das funções de utilidade individuais?

# Propriedades desejadas da preferência social

**Racionalidade** Se as preferências individuais forem completas e transitivas, então o mesmo deve ocorrer com a preferência social.

**Critério de Pareto** Se todos preferirem a alternativa  $x$  à alternativa  $y$ , então a preferência social deve considerar a alternativa  $x$  superior à alternativa  $y$ .

**Independência das alternativas irrelevantes** A forma como as preferências sociais classificam  $x$  e  $y$  deve depender apenas de como os indivíduos classificam  $x$  e  $y$  e não de como eles classificam outras alternativas.

## Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social  $x$ ,  $y$  e  $z$  a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos,  $A$ ,  $B$  e  $C$  com as seguintes preferências:

**Indivíduo  $A$ :**  $x \succ_A y \succ_A z$

**Indivíduo  $B$ :**  $y \succ_B z \succ_B x$

**Indivíduo  $C$ :**  $z \succ_C x \succ_C y$

### Votação das alternativas

**$x$  vs.  $y$ :** dois votos para  $x$  e um voto para  $y$ .  $x \succ y$

**$y$  vs.  $z$ :** dois votos para  $y$  e um voto para  $z$ .  $y \succ z$

**$x$  vs.  $z$ :** dois votos para  $z$  e um voto para  $x$ .  $z \succ x$

## Exemplo: A contagem de Borda

Imagine o seguinte sistema de escolha de alternativas:

1. Cada eleitor atribui o número 1 à sua alternativa preferida, o número dois a sua segunda alternativa preferida e assim, sucessivamente.
2. Os números que os eleitores atribuíram a cada alternativa são somados e, entre duas alternativas, a que é considerada preferida é a que obteve menor soma.

# Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

## Cenário 1

Ind. A:  $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B:  $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somas: 

$\mathbf{y}$	$\mathbf{x}$	$\mathbf{z}$
3	4	5

Ord.:  $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

## Cenário 2

Ind. A:  $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{y}$

Ind. B:  $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{x} \succ_A \mathbf{z}$

Somas: 

$\mathbf{x}$	$\mathbf{y}$	$\mathbf{z}$
3	4	5

Ord.:  $\mathbf{x} \succ_S \mathbf{y} \succ_S \mathbf{z}$

Concluimos que, adotando-se a contagem do Borda, a alternativa  $\mathbf{z}$  afeta o modo como as alternativas  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  são comparadas.

## O teorema de Arrow

Se um critério de escolha social satisfaz a propriedade de racionalidade, atende ao critério de Pareto e à independência das alternativas irrelevantes quaisquer que sejam as alternativas de escolha e as preferências racionais individuais, então esse critério é uma ditadura, isto é, a classificação social das alternativas deve coincidir com a classificação dessas alternativas por um único indivíduo.

## Restrição de domínio

Se as alternativas podem ser ordenadas linearmente de tal sorte que cada indivíduo tenha uma alternativa preferida e considere outras alternativas tanto piores quanto mais distantes dessa alternativa mais preferida, então a votação por maioria atende aos critérios de Arrow e a alternativa escolhida será a preferida pelo eleitor mediano.

**Justiça**

---

# Inveja e alocações eqüitativas

## Definições

- Uma alocação é dita eqüitativa caso ela seja tal que nenhum agente prefira a cesta de consumo de qualquer outro agente à sua.
- Se uma alocação é eqüitativa e eficiente, dizemos que ela é justa.

## Um resultado interessante

Qualquer alocação que seja obtida por mecanismo de mercado concorrencial a partir de uma situação inicial na qual todos os indivíduos possuem a mesma dotação inicial é uma alocação justa, isto é eqüitativa e eficiente.