Teoria do Consumidor: Equilíbrio do Consumidor

Roberto Guena de Oliveira

21 de março de 2011

Sumário

A restrição orçamentária

A restrição orçamentária

- Imagine um consumidor que deva escolher quanto consumir de cada bem sujeito à restrição de que ele não pode gastar mais do que sua renda montária m.

A restrição orçamentária

- Imagine um consumidor que deva escolher quanto consumir de cada bem sujeito à restrição de que ele não pode gastar mais do que sua renda montária m.
- Sejam $p_1, p_2, \ldots, p_n$ os preços de cada um dos n bens existentes. A cesta de bens a ser escolhida pelo consumidor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ deve satisfazer então à restrição:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq m.$$

A restrição orçamentária

- Imagine um consumidor que deva escolher quanto consumir de cada bem sujeito à restrição de que ele não pode gastar mais do que sua renda montária m.
- Sejam $p_1, p_2, \ldots, p_n$ os preços de cada um dos n bens existentes. A cesta de bens a ser escolhida pelo consumidor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ deve satisfazer então à restrição:
$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq m.$$
- O conjunto de cestas de bens que satisfazem a restrição acima é chamado conjunto de restrição orçamentária.

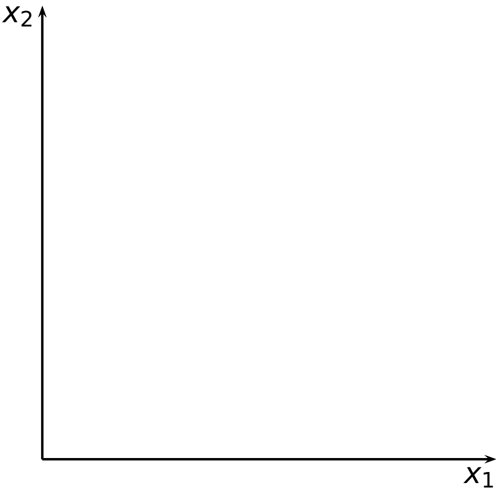
A restrição orçamentária

- Imagine um consumidor que deva escolher quanto consumir de cada bem sujeito à restrição de que ele não pode gastar mais do que sua renda montária m.
- Sejam $p_1, p_2, \ldots, p_n$ os preços de cada um dos n bens existentes. A cesta de bens a ser escolhida pelo consumidor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ deve satisfazer então à restrição:

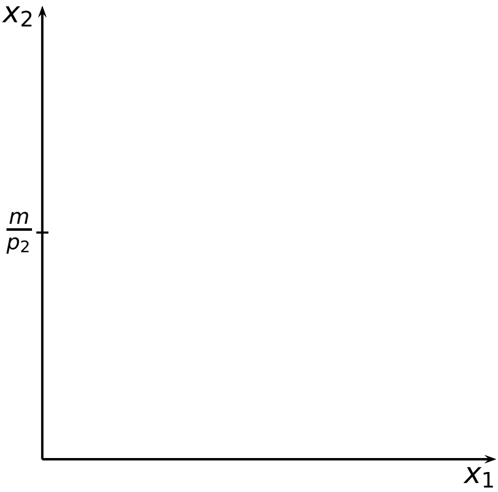
$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \leq m.$$

- O conjunto de cestas de bens que satisfazem a restrição acima é chamado conjunto de restrição orçamentária.
- O conjunto de cestas de bens para as quais $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = m$ é chamado linha de restrição orçamentária.

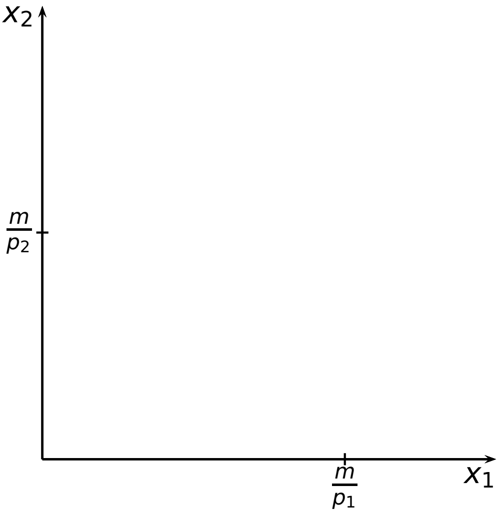
Representação gráfica: 2 bens



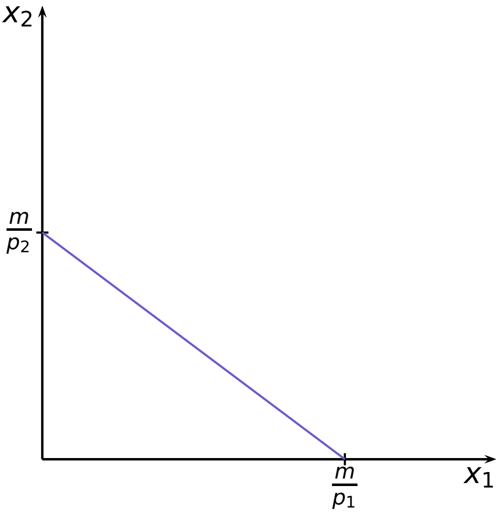
Representação gráfica: 2 bens



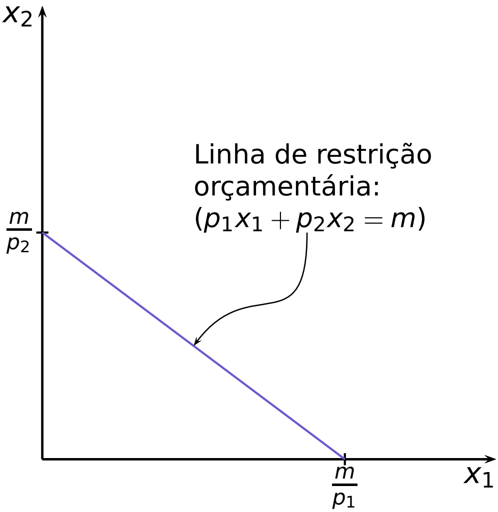
Representação gráfica: 2 bens



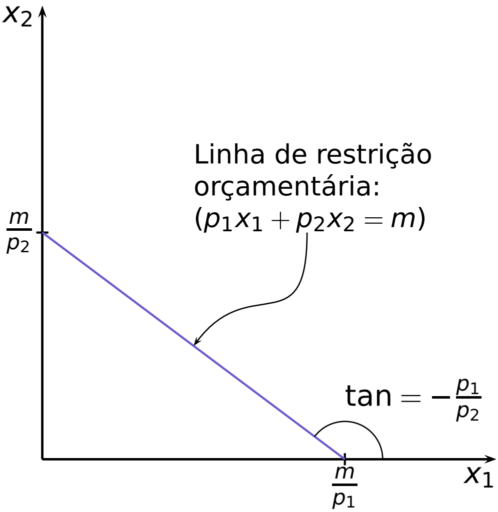
Representação gráfica: 2 bens



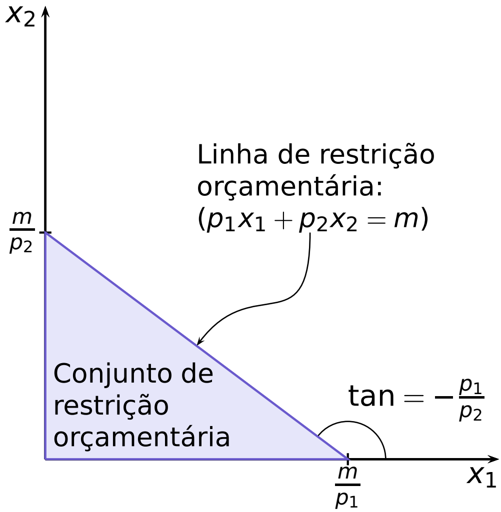
Representação gráfica: 2 bens



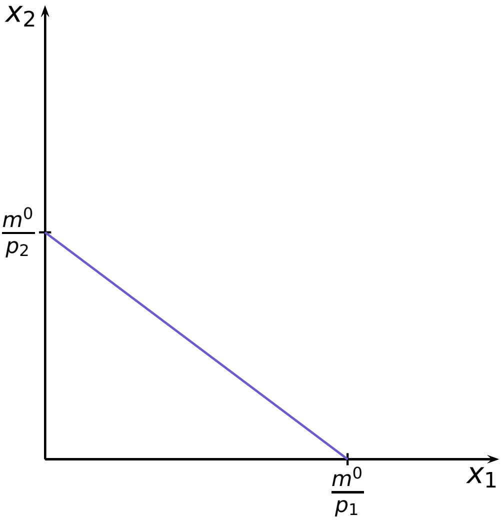
Representação gráfica: 2 bens



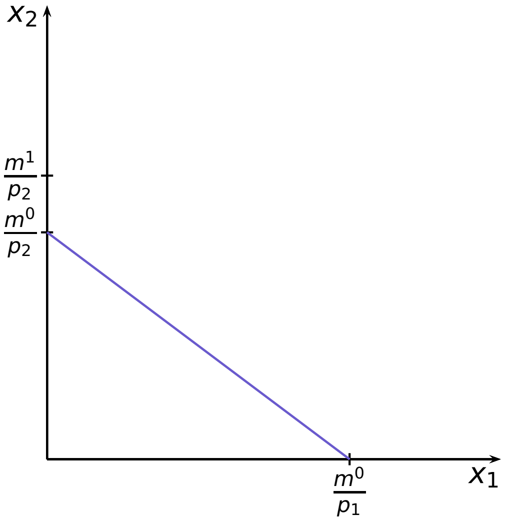
Representação gráfica: 2 bens



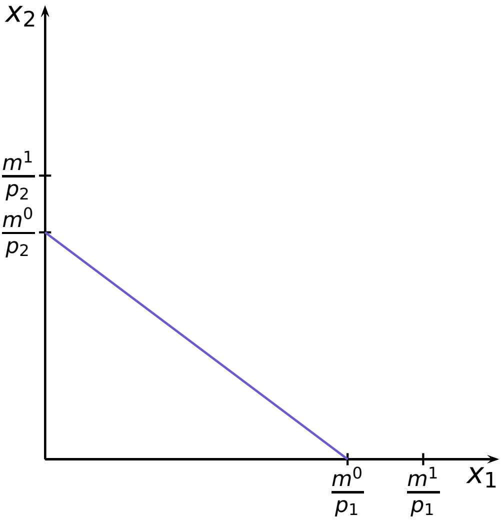
Efeito de um aumento na renda



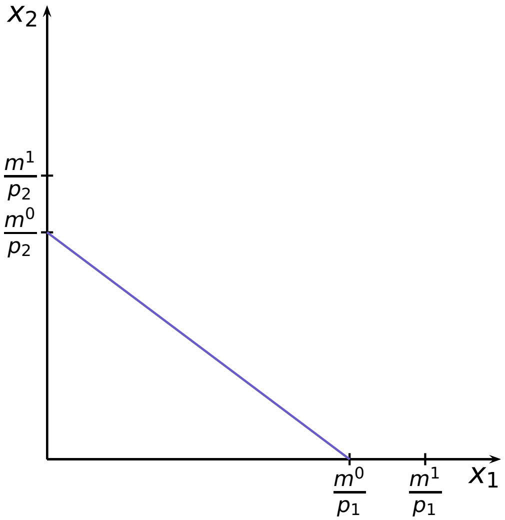
Efeito de um aumento na renda



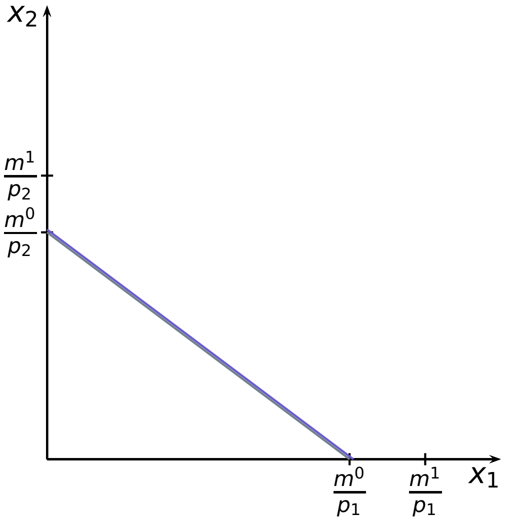
Efeito de um aumento na renda



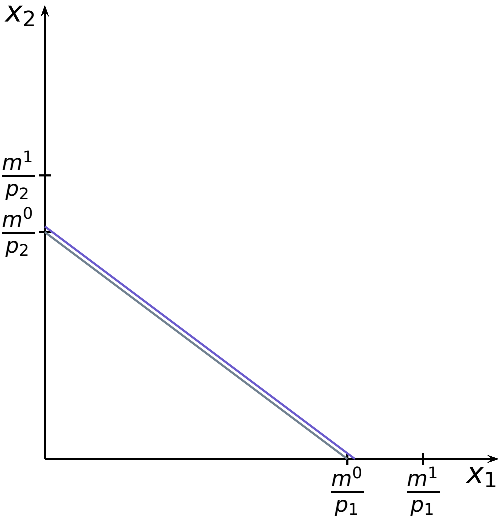
Efeito de um aumento na renda



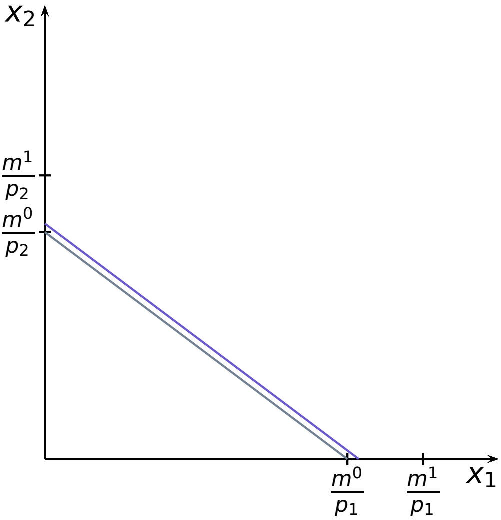
Efeito de um aumento na renda



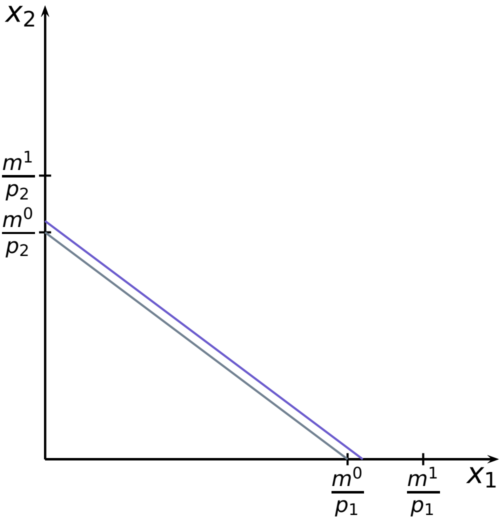
Efeito de um aumento na renda



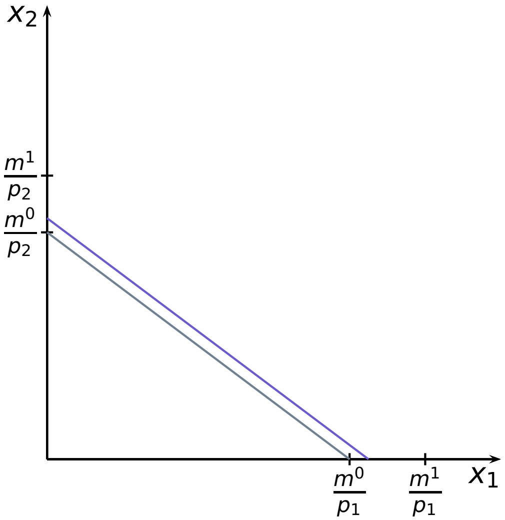
Efeito de um aumento na renda



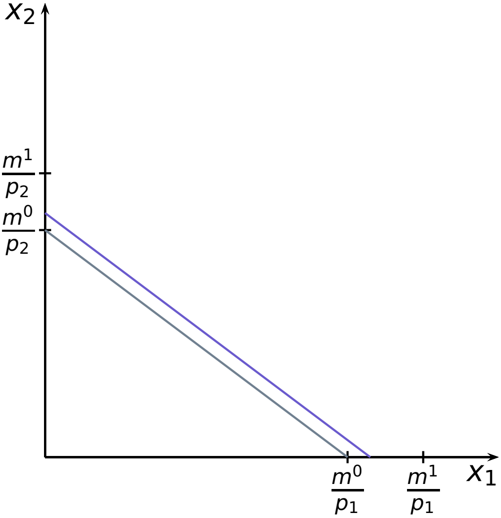
Efeito de um aumento na renda



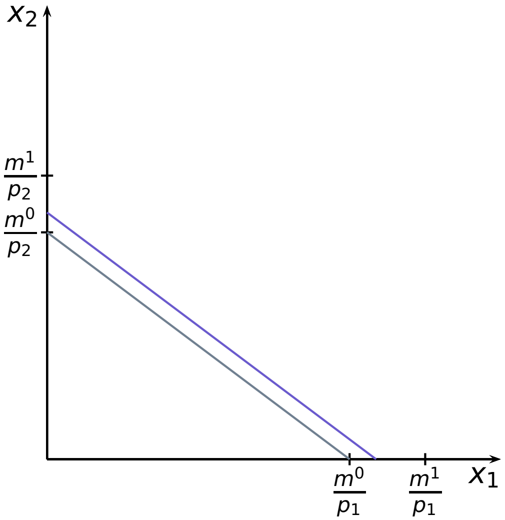
Efeito de um aumento na renda



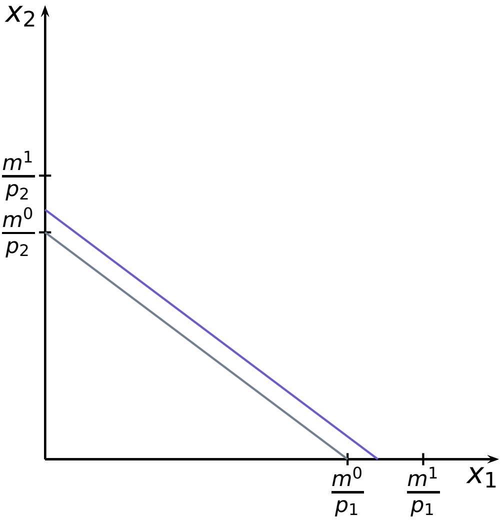
Efeito de um aumento na renda



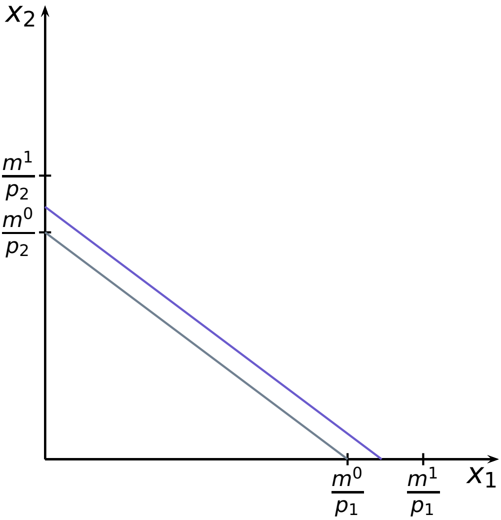
Efeito de um aumento na renda



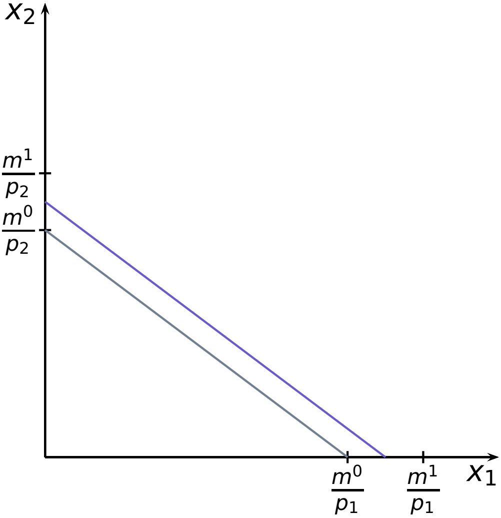
Efeito de um aumento na renda



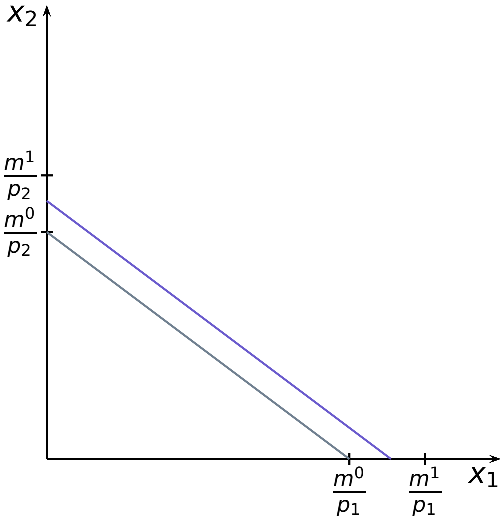
Efeito de um aumento na renda



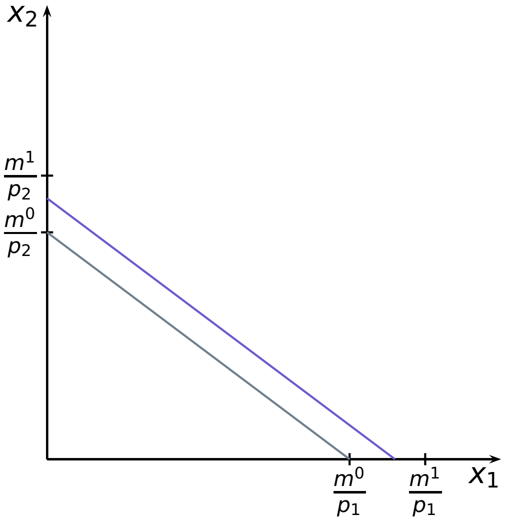
Efeito de um aumento na renda



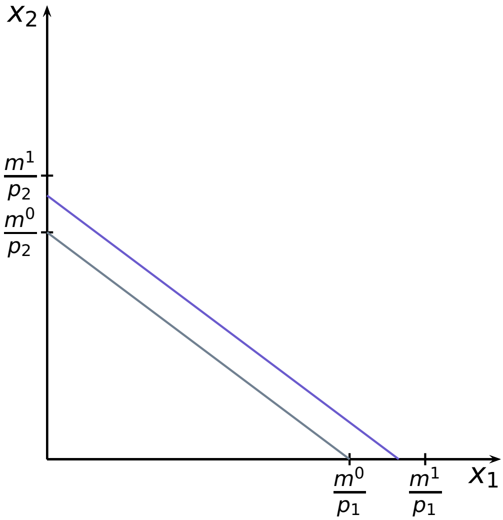
Efeito de um aumento na renda



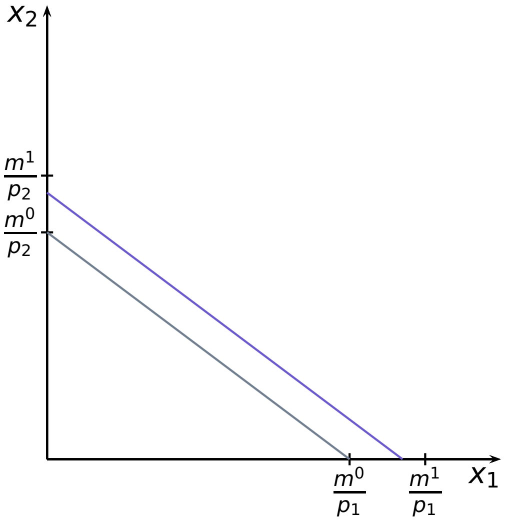
Efeito de um aumento na renda



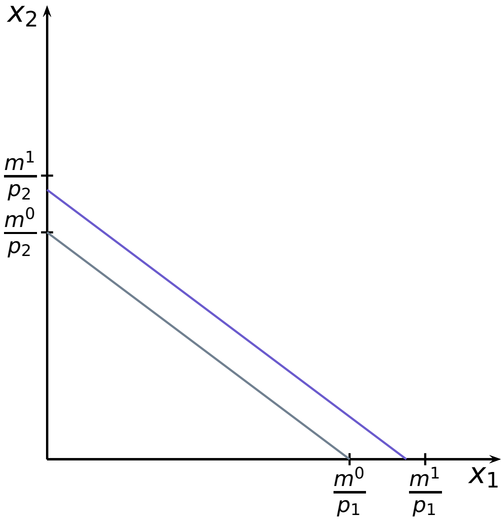
Efeito de um aumento na renda



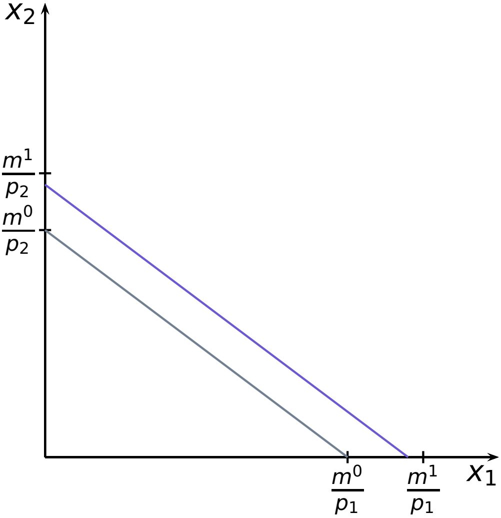
Efeito de um aumento na renda



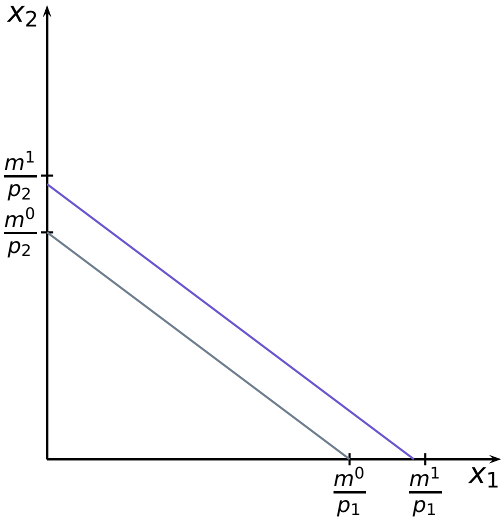
Efeito de um aumento na renda



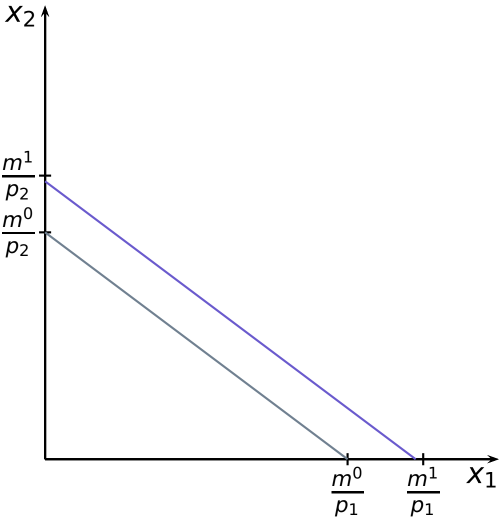
Efeito de um aumento na renda



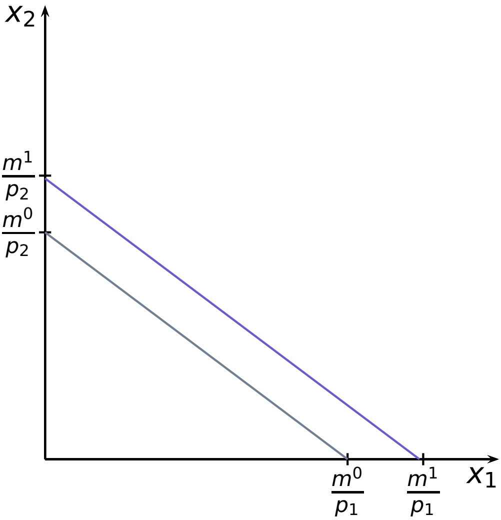
Efeito de um aumento na renda



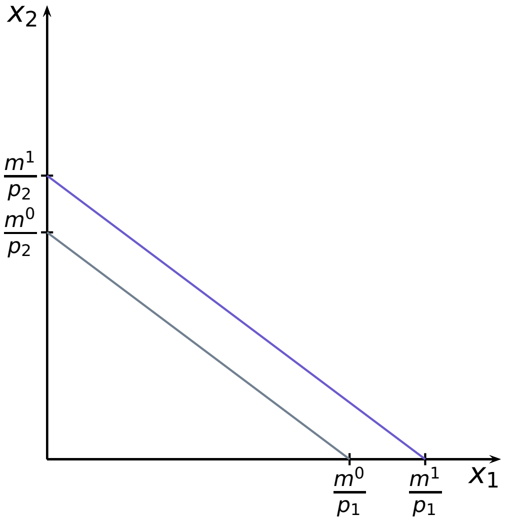
Efeito de um aumento na renda



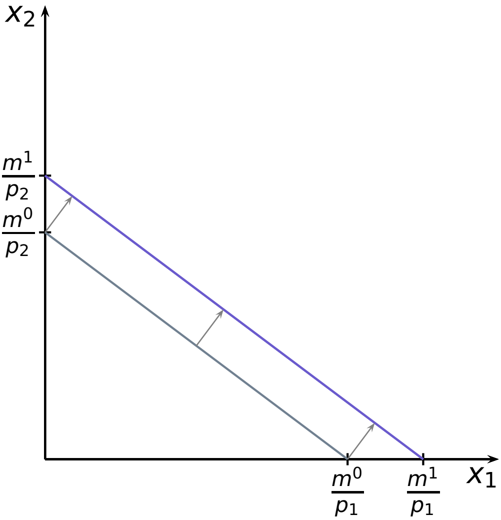
Efeito de um aumento na renda



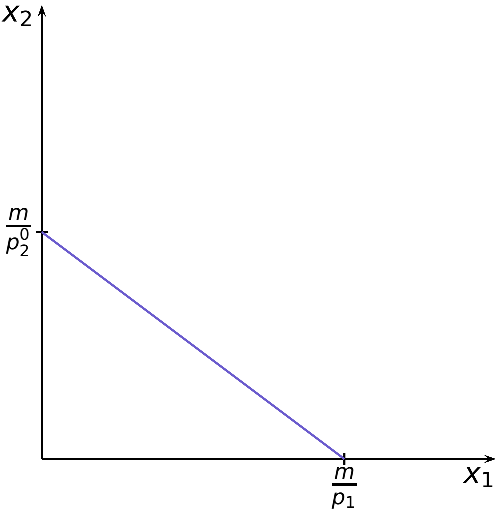
Efeito de um aumento na renda



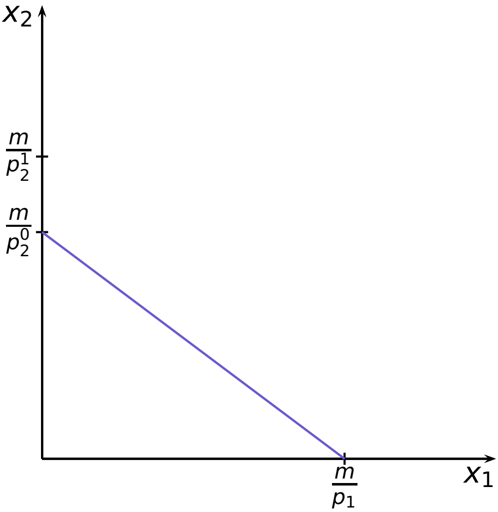
Efeito de um aumento na renda



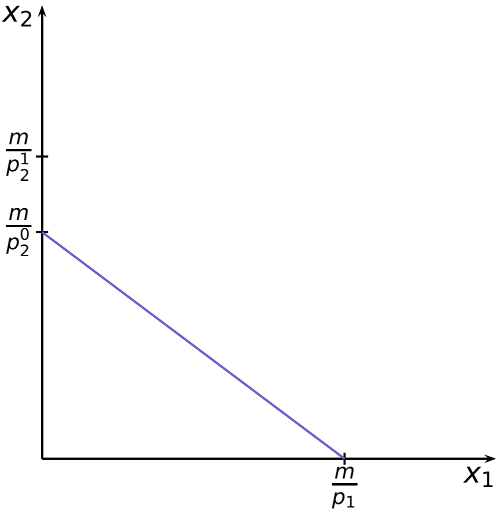
Efeito de uma redução no preço do bem 2



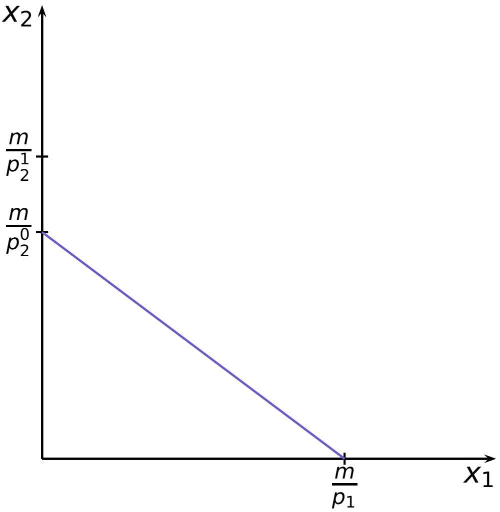
Efeito de uma redução no preço do bem 2



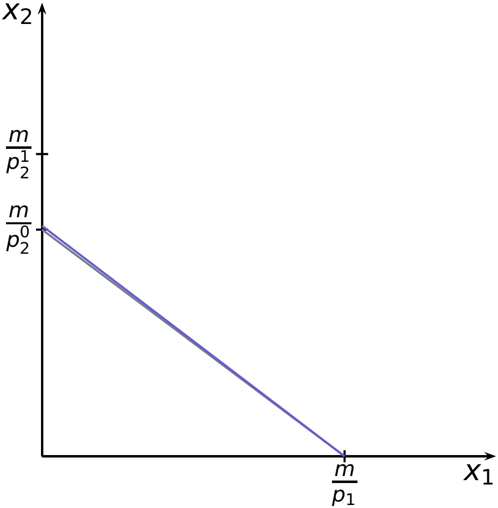
Efeito de uma redução no preço do bem 2



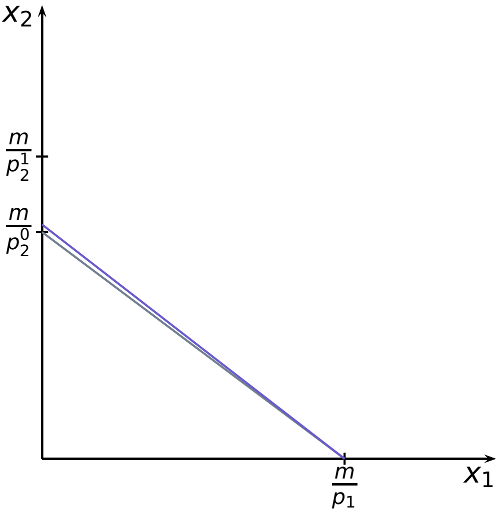
Efeito de uma redução no preço do bem 2



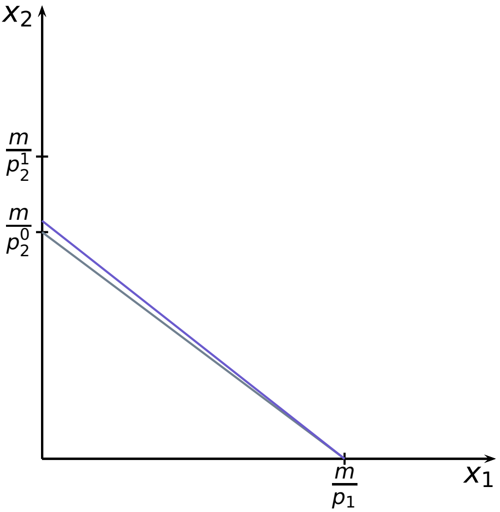
Efeito de uma redução no preço do bem 2



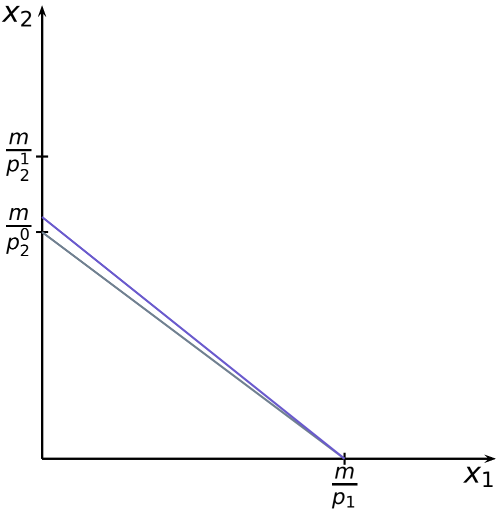
Efeito de uma redução no preço do bem 2



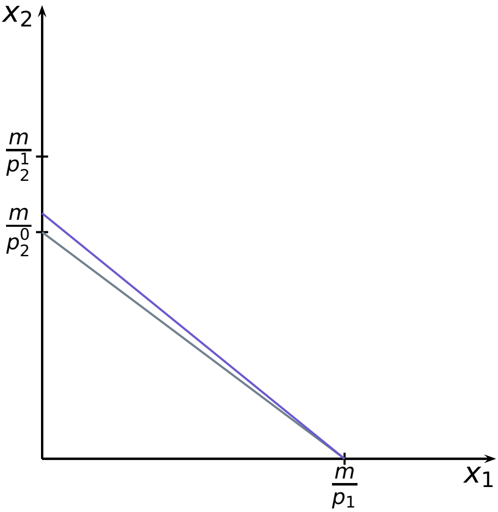
Efeito de uma redução no preço do bem 2



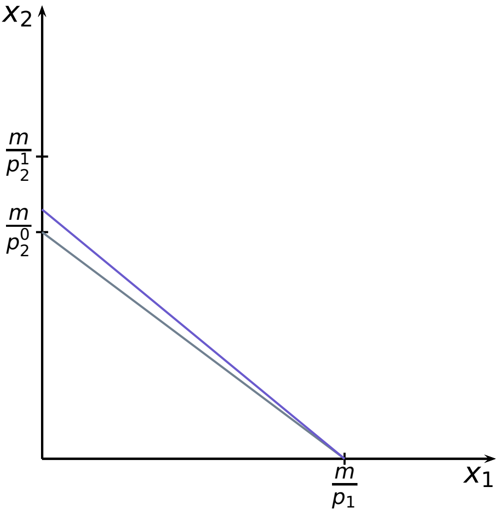
Efeito de uma redução no preço do bem 2



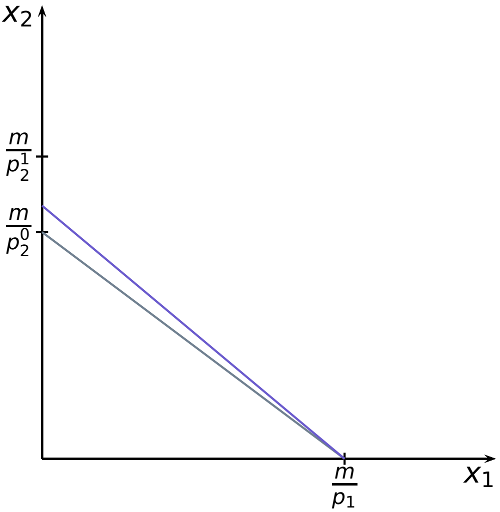
Efeito de uma redução no preço do bem 2



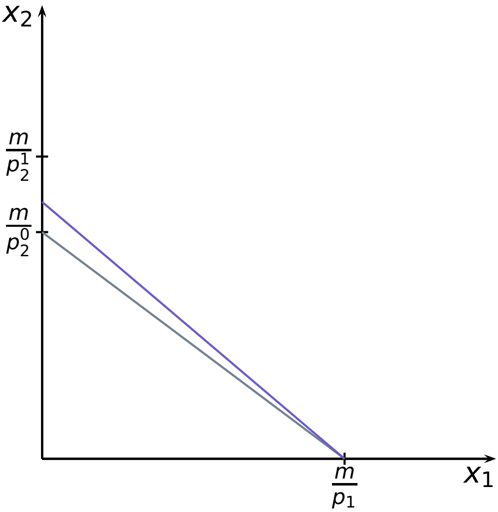
Efeito de uma redução no preço do bem 2



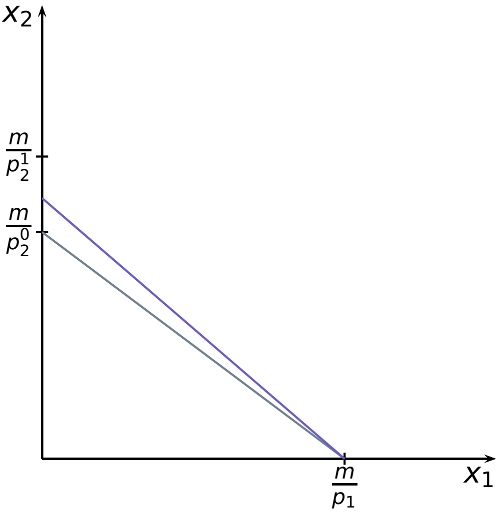
Efeito de uma redução no preço do bem 2



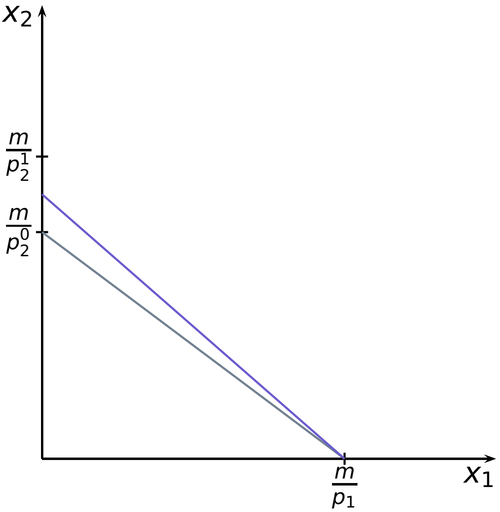
Efeito de uma redução no preço do bem 2



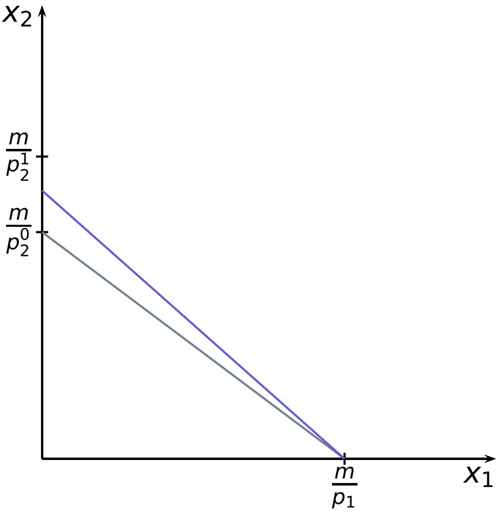
Efeito de uma redução no preço do bem 2



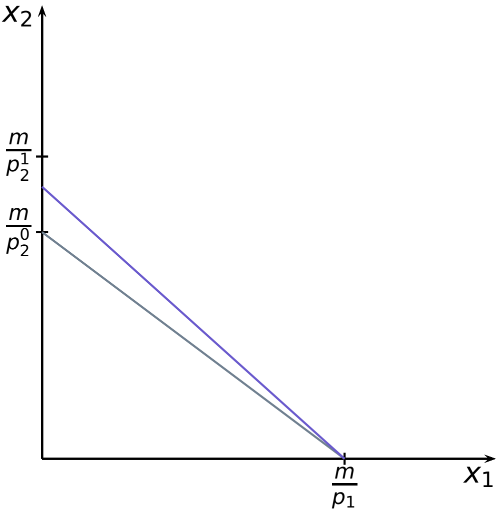
Efeito de uma redução no preço do bem 2



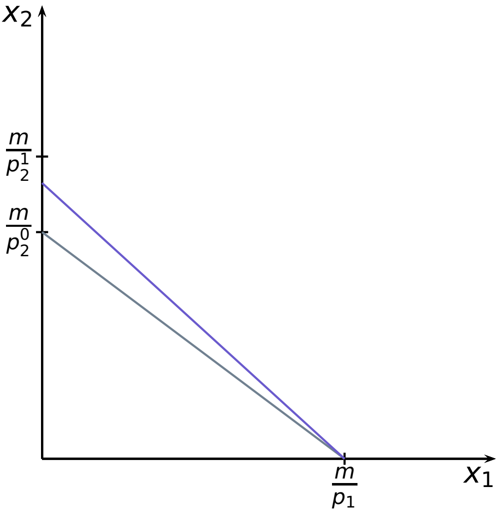
Efeito de uma redução no preço do bem 2



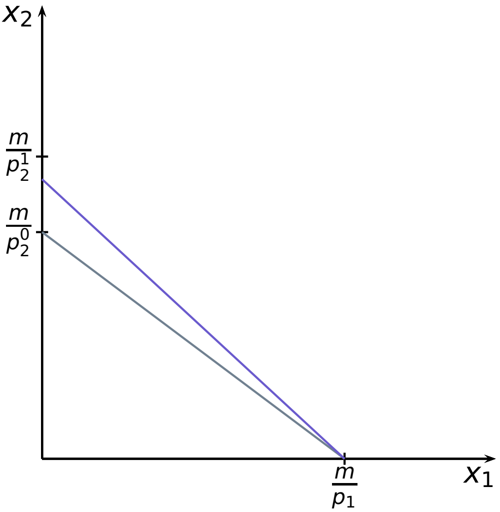
Efeito de uma redução no preço do bem 2



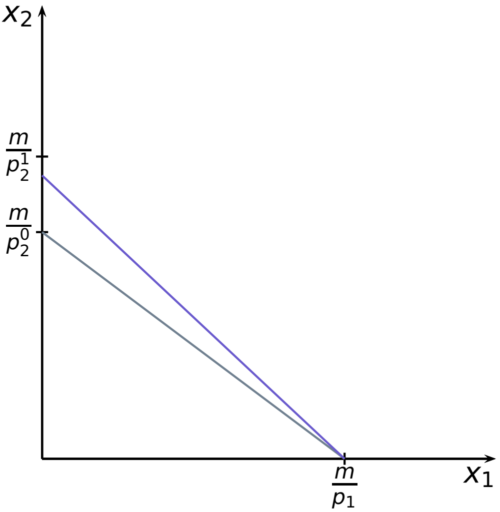
Efeito de uma redução no preço do bem 2



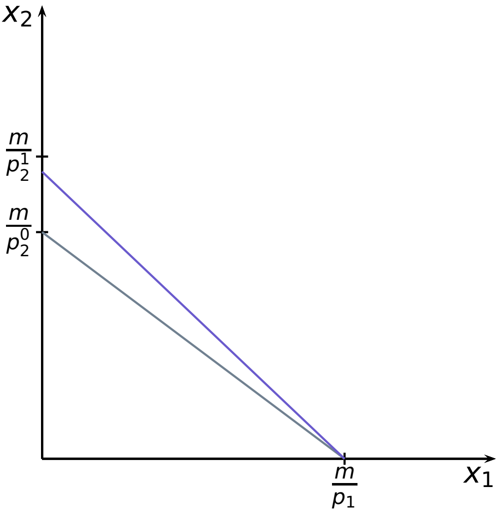
Efeito de uma redução no preço do bem 2



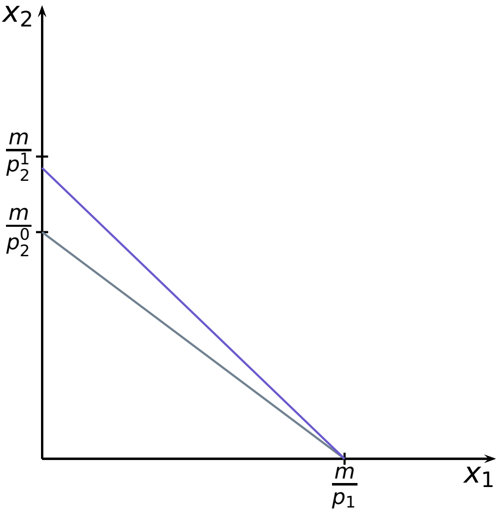
Efeito de uma redução no preço do bem 2



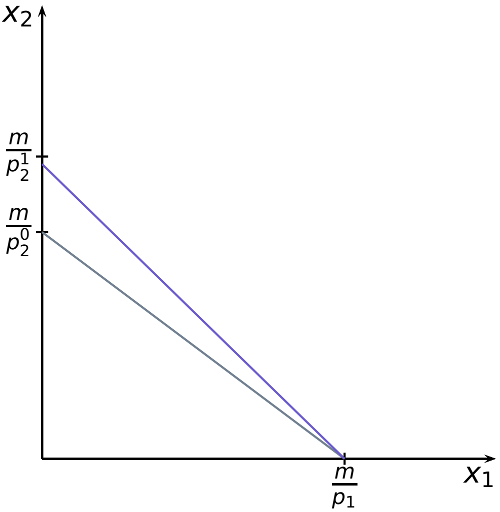
Efeito de uma redução no preço do bem 2



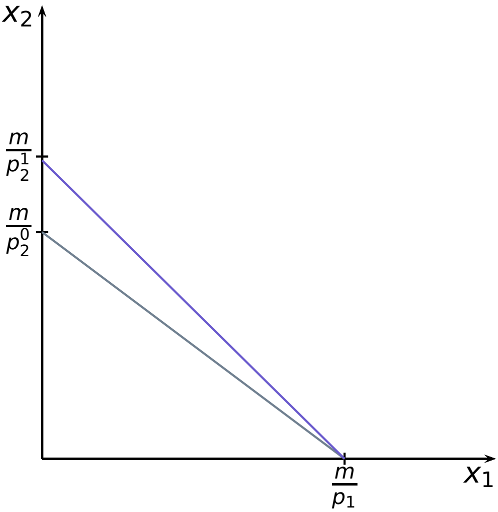
Efeito de uma redução no preço do bem 2



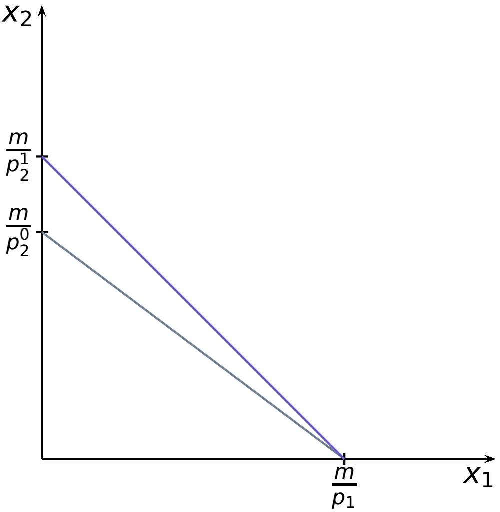
Efeito de uma redução no preço do bem 2



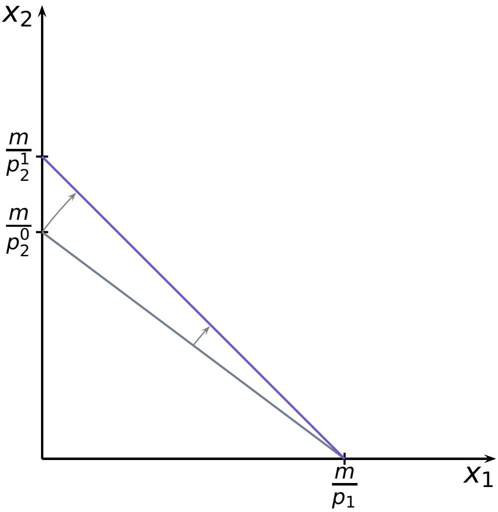
Efeito de uma redução no preço do bem 2



Efeito de uma redução no preço do bem 2



Efeito de uma redução no preço do bem 2



Exercício de fixação

Esboce um gráfico mostrando o que ocorre com a linha de restrição orçamentária caso

a. A renda do consumidor diminua.
b. O preço do bem 2 aumente.
c. O preço do bem 1 diminua.
d. O preço do bem 1 aumente.

Exemplo

Um consumidor com renda igual a \$100 que deve escolher as quantidades a consumir de dois bens. O bem 2 tem preço constante e igual a \$1 por unidade. Para o consumo do bem 1, o consumidor paga um preço igual \$1 para todas as unidades consumidas até um limite de 50 unidades. Caso queira consumir acima desse limite, ele deve pagar um preço igual a \$1 por unidade para as 50 primeiras unidades consumidas e um preço igual a \$2 por unidade para as unidades que excederem o limite de 50 unidades. Esboce a linha de restrição orçamentária desse consumidor.

Exemplo – continuação

Restrição orçamentária para $x_1 \leq 50$:

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

Exemplo – continuação

Restrição orçamentária para $x_1 \leq 50$:

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

Restrição orçamentária para $x_1 > 50$:

$$50 + 2(x_1 - 50) + x_2 \leq 100$$

Exemplo – continuação

Restrição orçamentária para $x_1 \leq 50$:

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

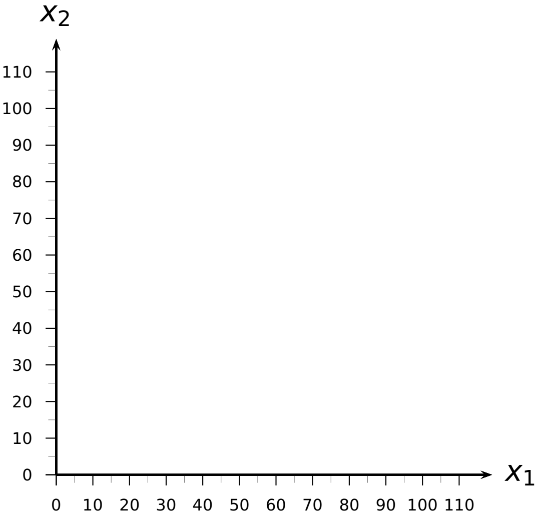
Restrição orçamentária para $x_1 > 50$:

$$50 + 2(x_1 - 50) + x_2 \leq 100$$

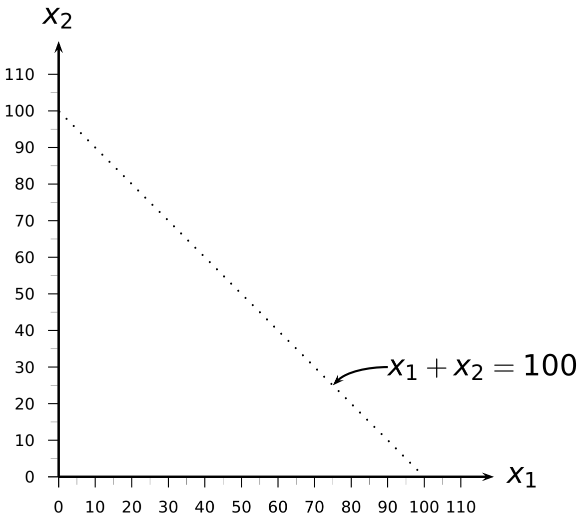
Ou ainda,

$$2x_1 + x_2 \leq 150$$

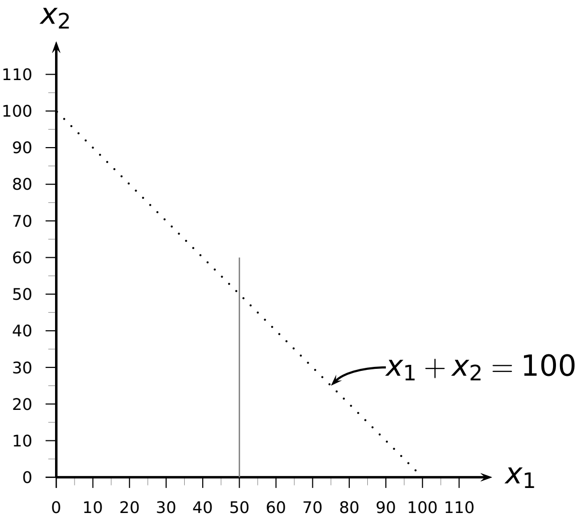
Exemplo – continuação



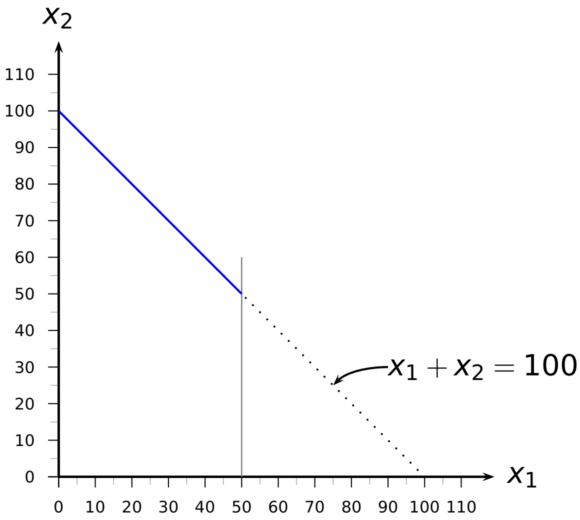
Exemplo – continuação



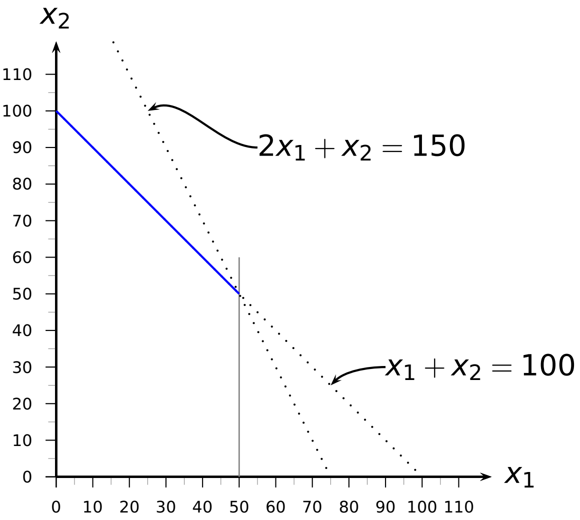
Exemplo – continuação



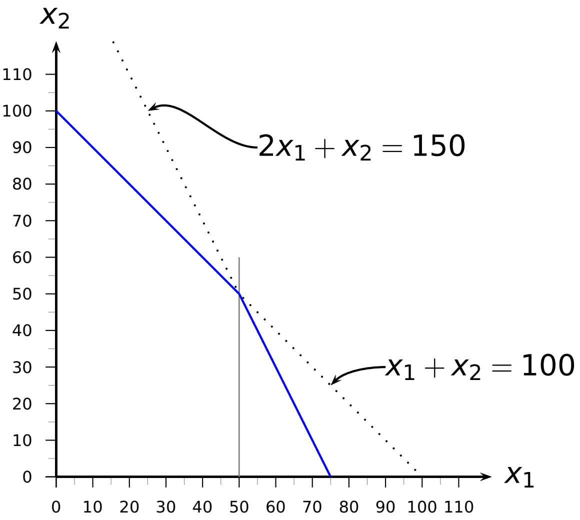
Exemplo – continuação



Exemplo – continuação



Exemplo – continuação



Renda endógena

- No mundo real, a renda monetária de um consumidor típico é afetada pelos preços vigentes.
- Exemplos: salário afeta a renda do trabalhador, preços do bens agrícolas afetam a renda do agricultor . . .
- Uma forma de modelar esse fato, é supor que o consumidor, ao invés de uma renda monetária dada, possui uma dotação inicial de bens.
- Esse consumidor pode vender, aos preços de mercado, alguns desses bens para comprar outros.

Notação

- ω_1 e ω_2: dotações iniciais dos bens 1 e 2, respectivamente.

Notação

- ω_1 e ω_2: dotações iniciais dos bens 1 e 2, respectivamente.
- p_1 e p_2: preços aos quais o consumidor pode comprar pode comprar ou vender esses bens.

Notação

- ω_1 e ω_2: dotações iniciais dos bens 1 e 2, respectivamente.
- p_1 e p_2: preços aos quais o consumidor pode comprar pode comprar ou vender esses bens.
- x_1 e x_2: quantidades consumidas dos bens 1 e 2.

Notação

- ω_1 e ω_2: dotações iniciais dos bens 1 e 2, respectivamente.
- p_1 e p_2: preços aos quais o consumidor pode comprar pode comprar ou vender esses bens.
- x_1 e x_2: quantidades consumidas dos bens 1 e 2.
- A restrição orçamentária tem a forma

$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) \leq 0$$

Notação

- ω_1 e ω_2: dotações iniciais dos bens 1 e 2, respectivamente.
- p_1 e p_2: preços aos quais o consumidor pode comprar pode comprar ou vender esses bens.
- x_1 e x_2: quantidades consumidas dos bens 1 e 2.
- A restrição orçamentária tem a forma
$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) \leq 0$$
ou ainda
$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$

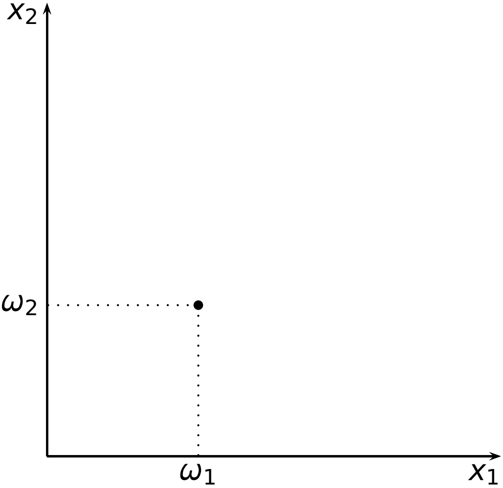
Notação

- ω_1 e ω_2: dotações iniciais dos bens 1 e 2, respectivamente.
- p_1 e p_2: preços aos quais o consumidor pode comprar pode comprar ou vender esses bens.
- x_1 e x_2: quantidades consumidas dos bens 1 e 2.
- A restrição orçamentária tem a forma
$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) \leq 0$$
ou ainda
$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$$
- $m(p_1, p_2) = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2$ é a renda endógena do consumidor.

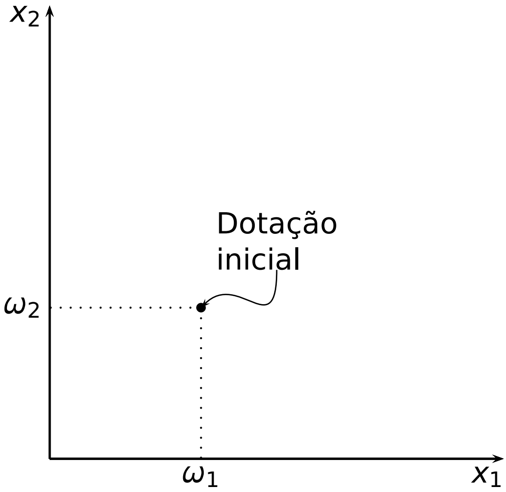
Notação

- ω_1 e ω_2: dotações iniciais dos bens 1 e 2, respectivamente.
- p_1 e p_2: preços aos quais o consumidor pode comprar pode comprar ou vender esses bens.
- x_1 e x_2: quantidades consumidas dos bens 1 e 2.
- A restrição orçamentária tem a forma
$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2(x_2 - \omega_2) \leq 0$$
ou ainda
$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1\omega_1 + p_2\omega_2$$
- $m(p_1, p_2) = p_1\omega_1 + p_2\omega_2$ é a renda endógena do consumidor.
- Note que a dotação inicial (ω_1, ω_2) pertence à linha de restrição orçamentária.

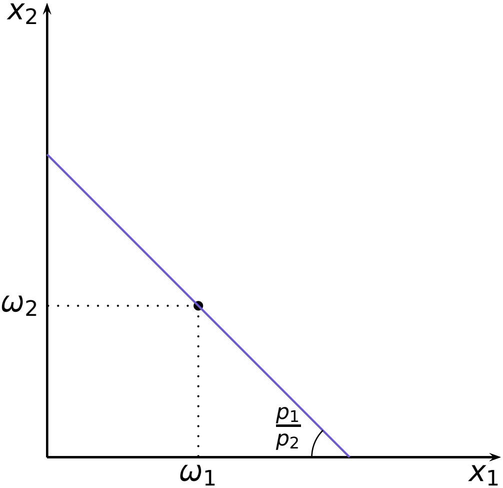
Representação gráfica



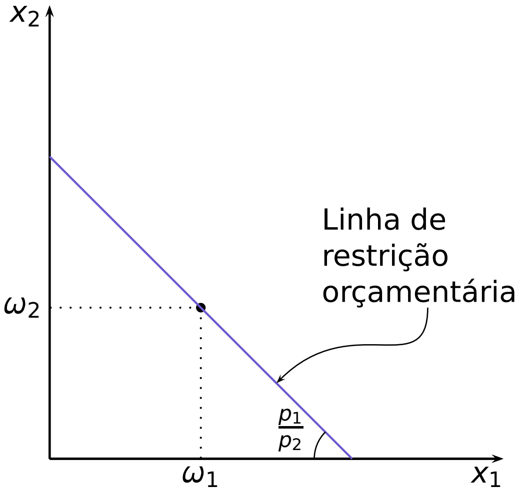
Representação gráfica



Representação gráfica

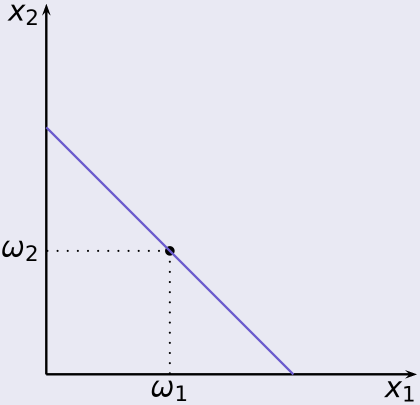


Representação gráfica



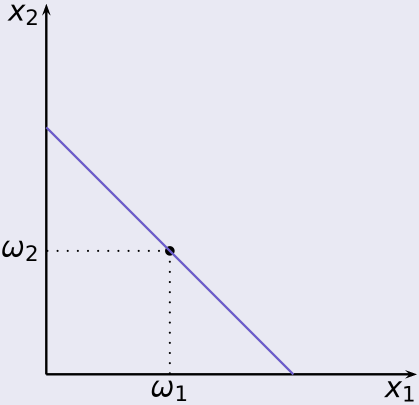
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



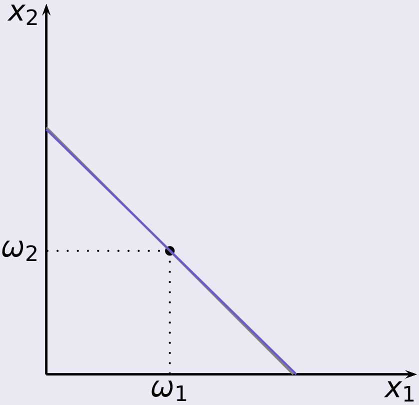
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



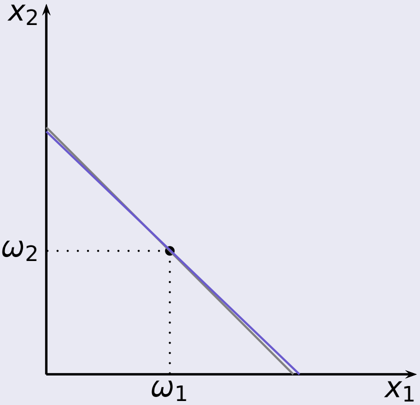
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



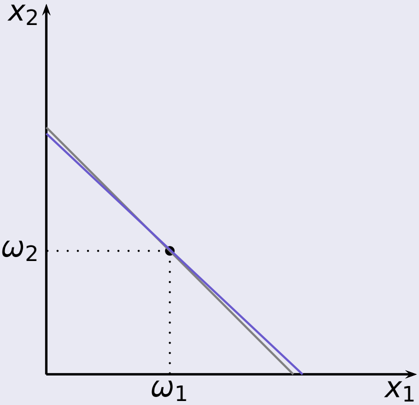
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



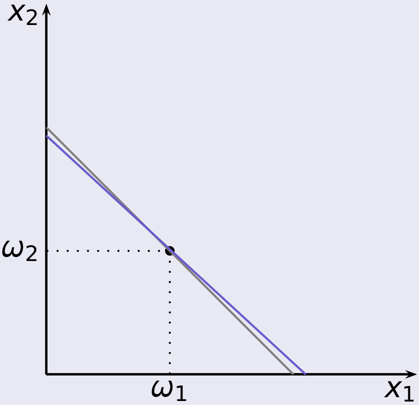
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



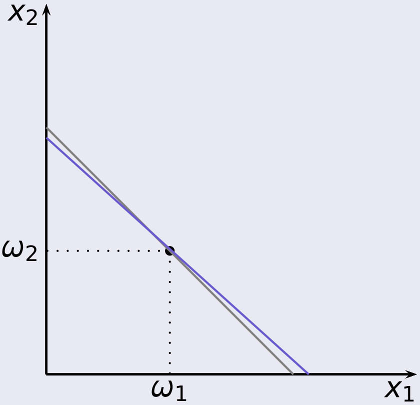
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



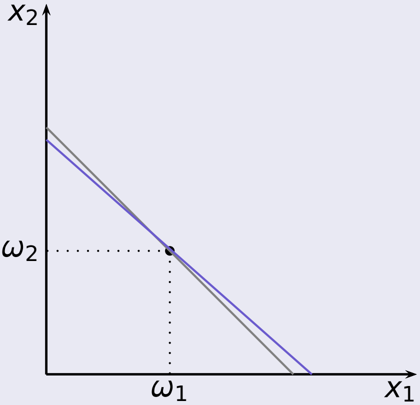
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



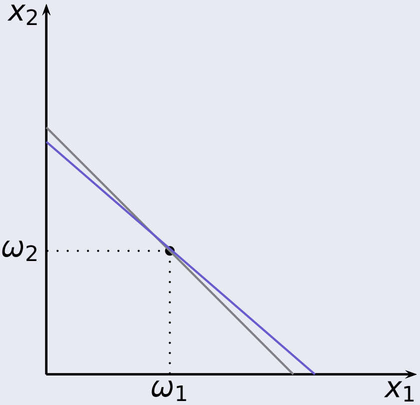
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



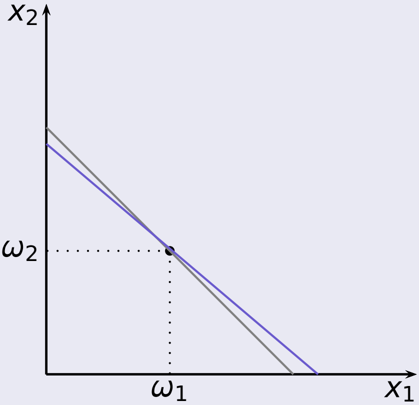
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



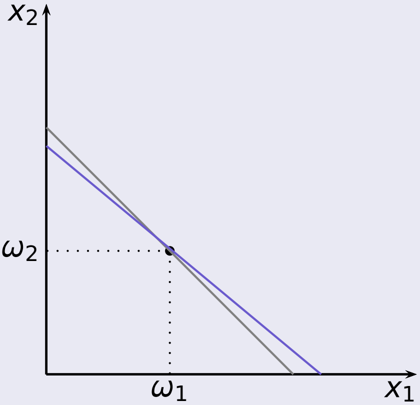
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



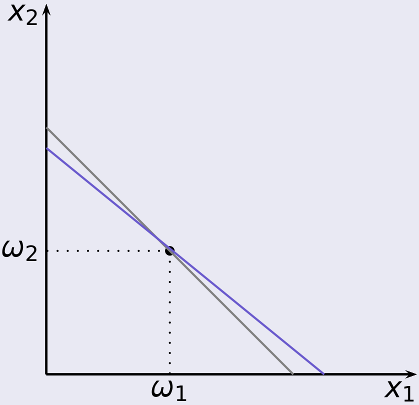
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



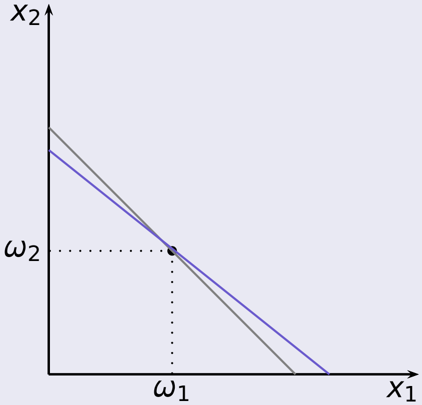
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



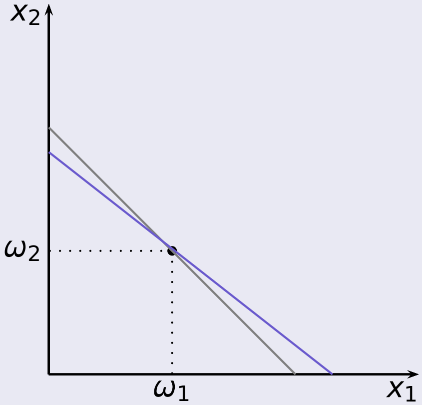
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



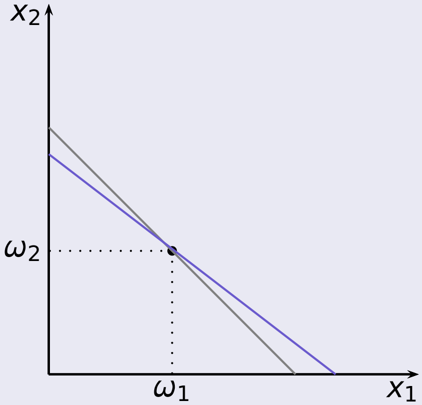
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



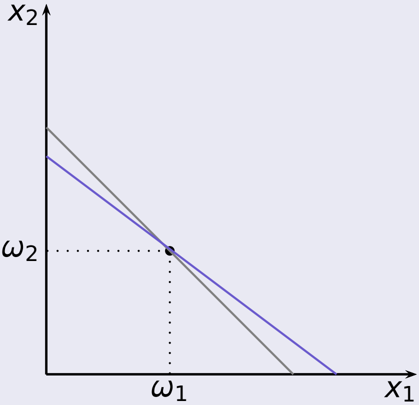
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



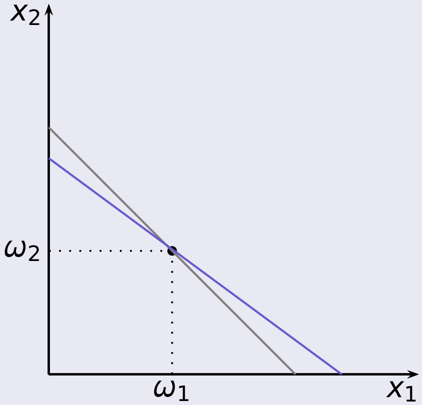
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



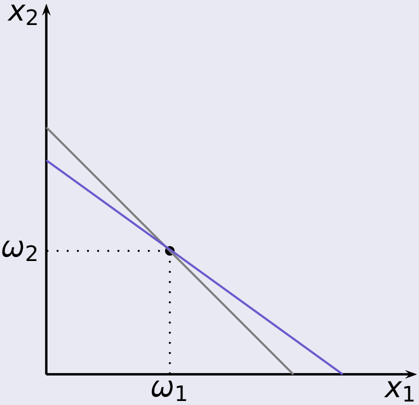
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



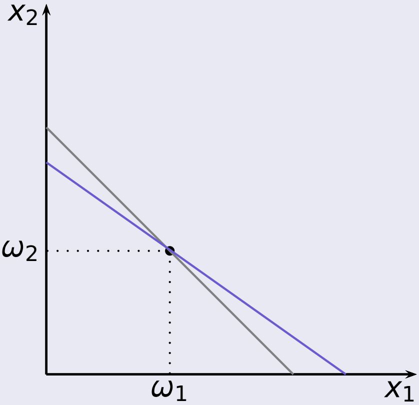
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



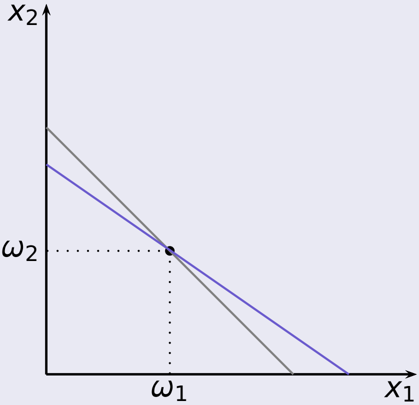
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



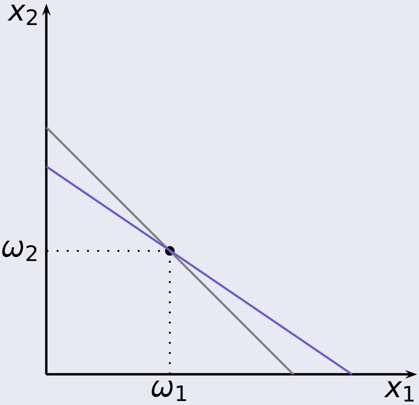
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



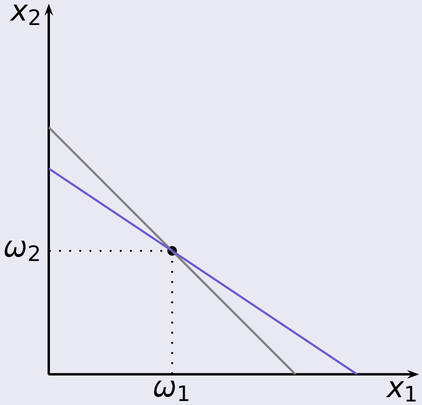
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



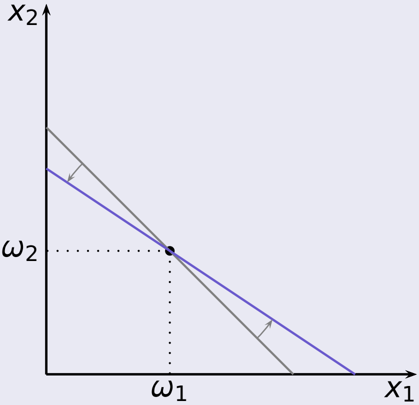
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



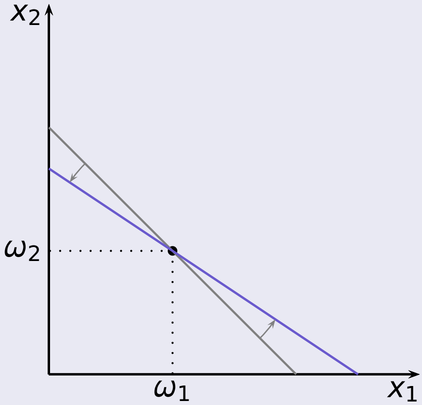
Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

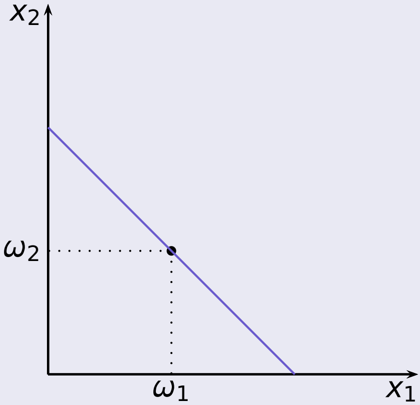


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

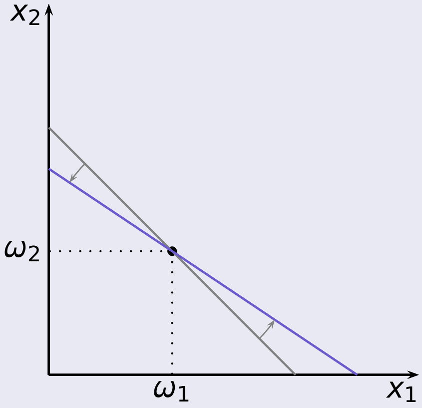


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

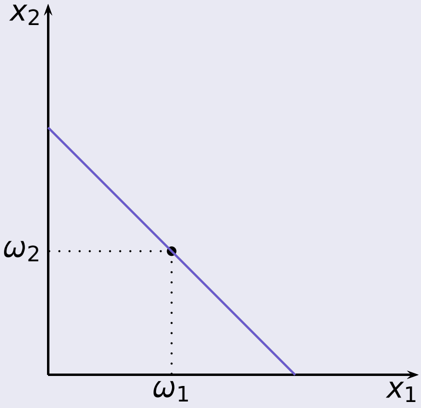


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

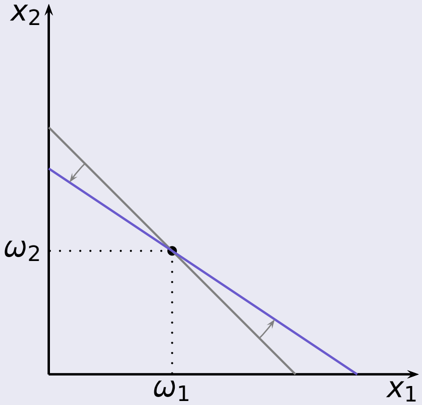


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

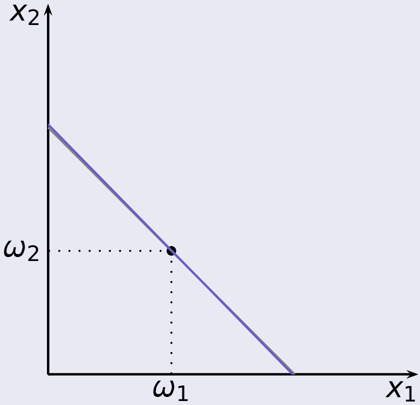


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

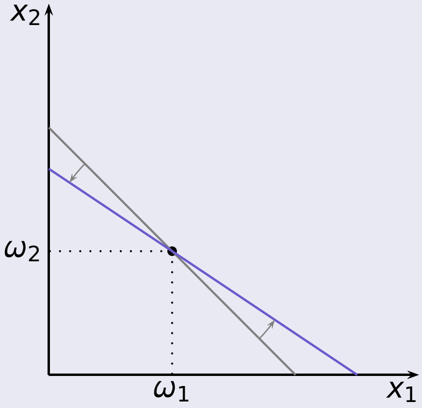


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

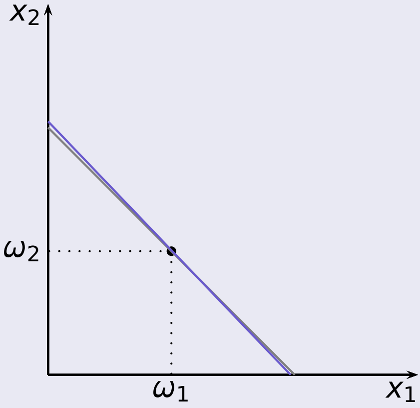


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

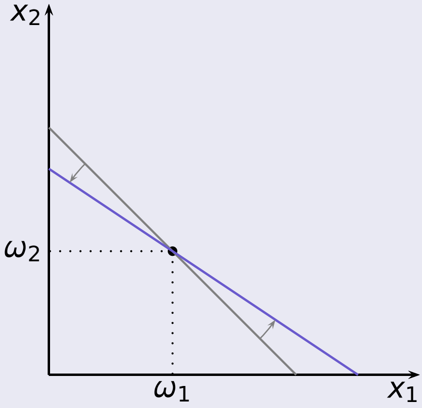


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

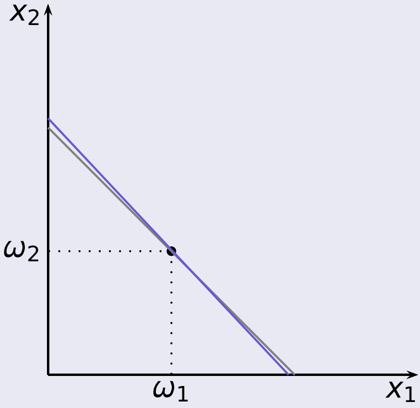


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

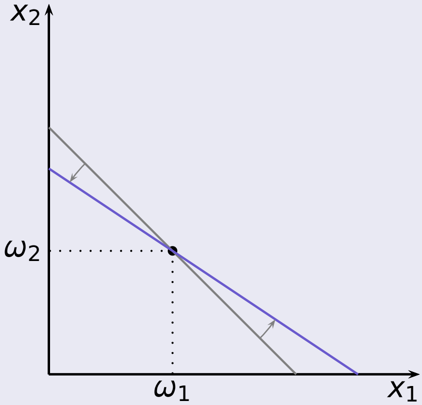


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

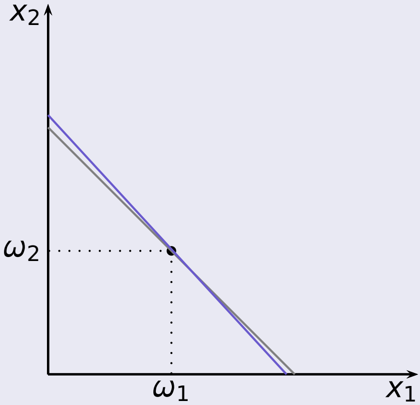


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

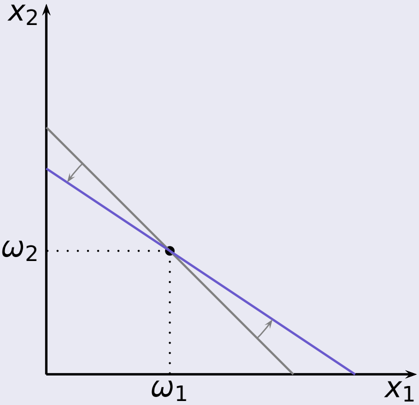


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

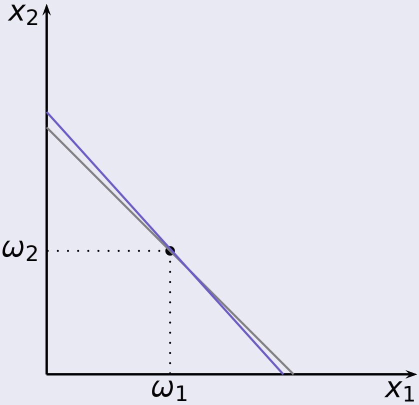


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

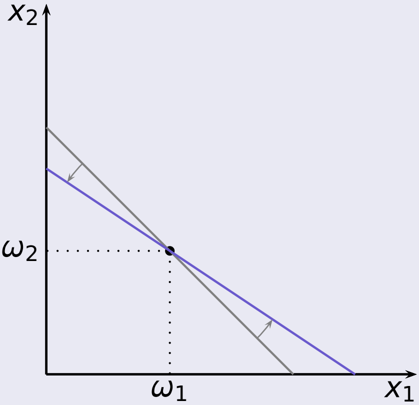


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

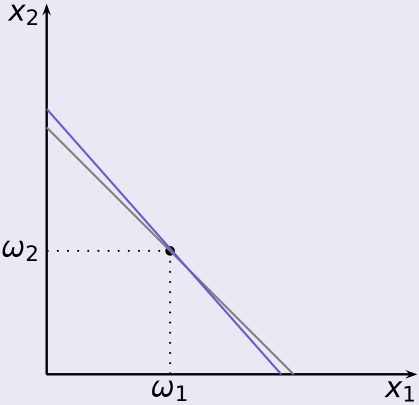


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

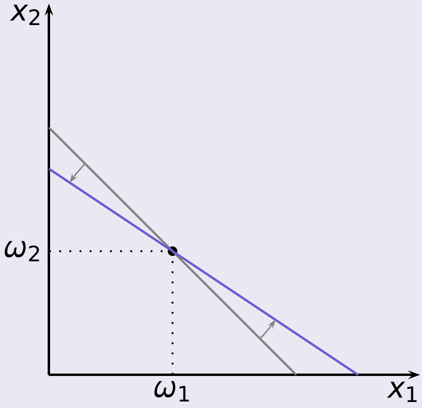


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

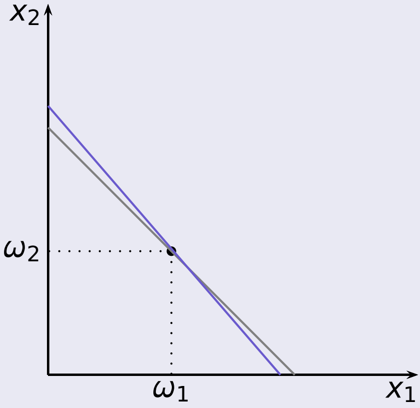


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

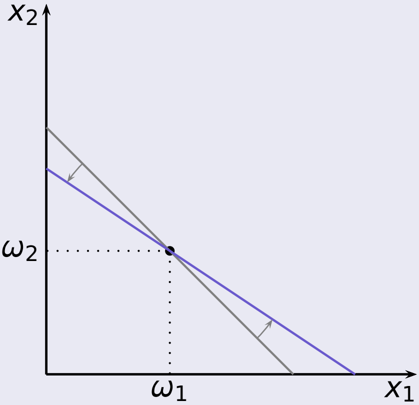


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

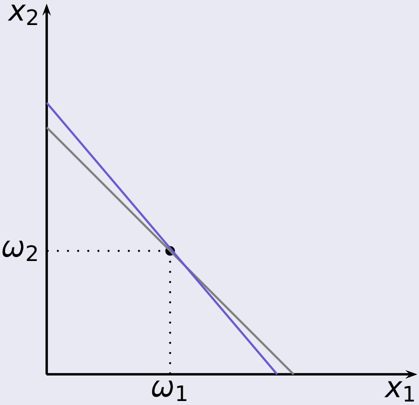


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

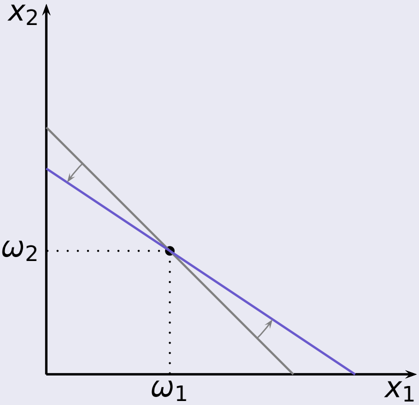


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

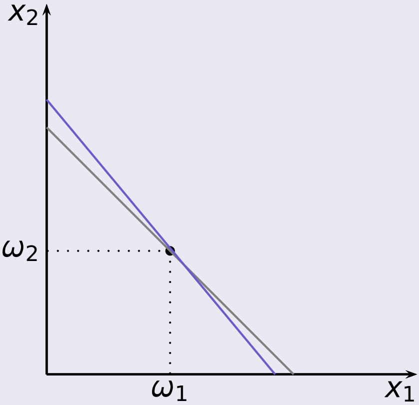


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

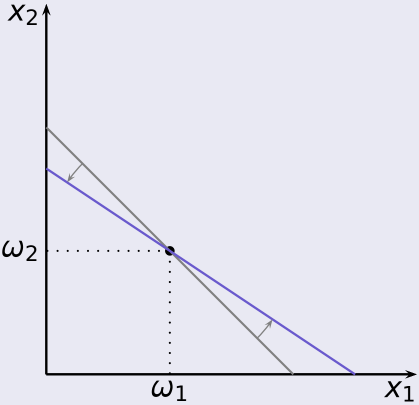


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

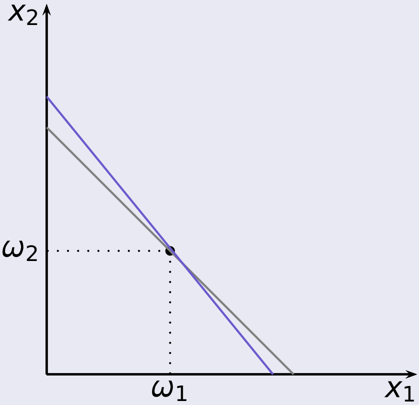


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

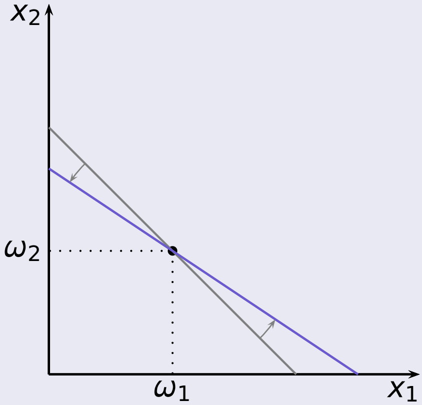


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

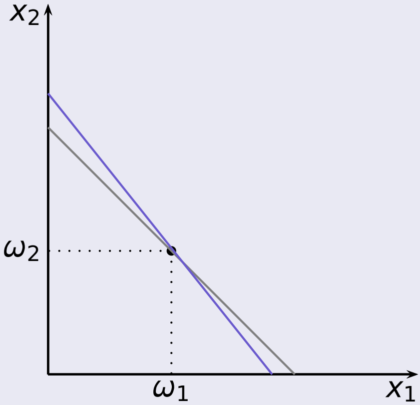


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

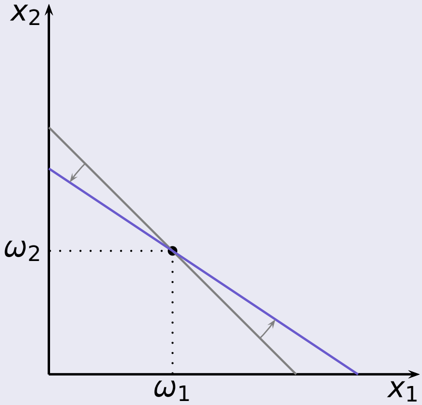


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

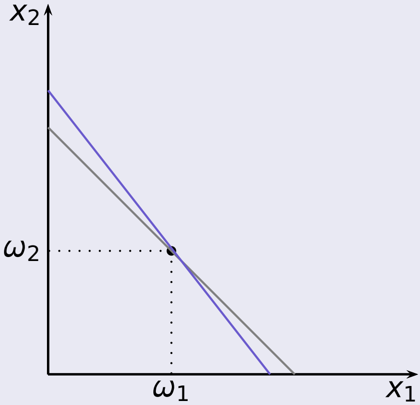


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

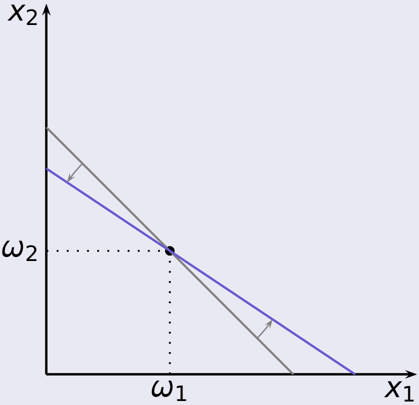


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

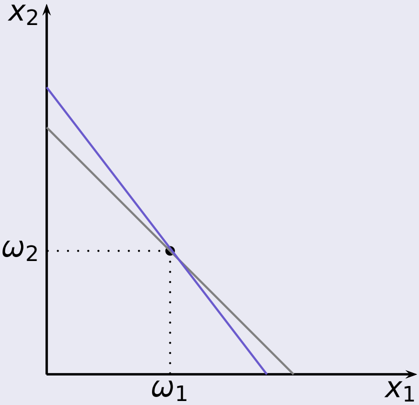


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

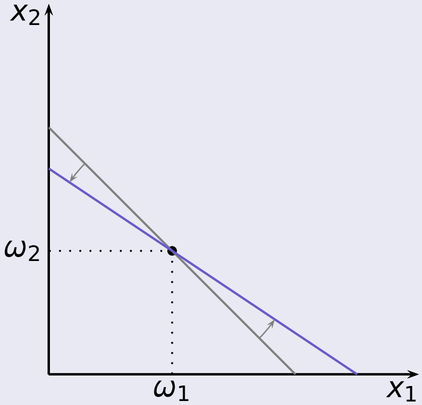


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

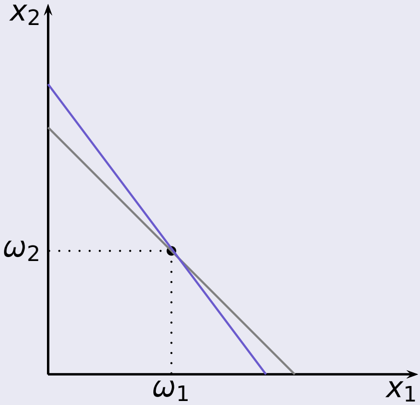


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

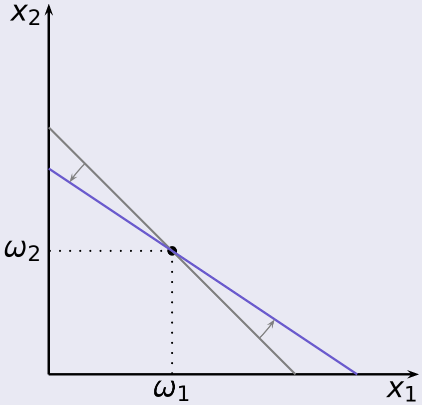


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

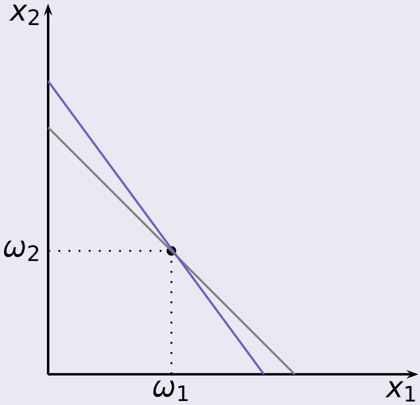


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

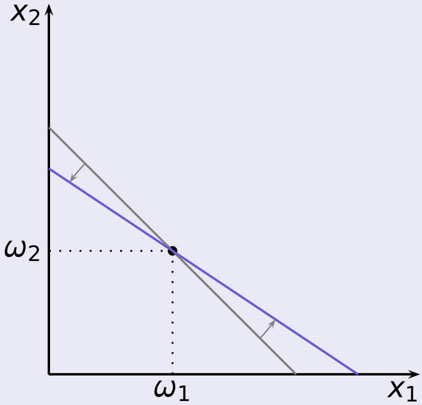


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

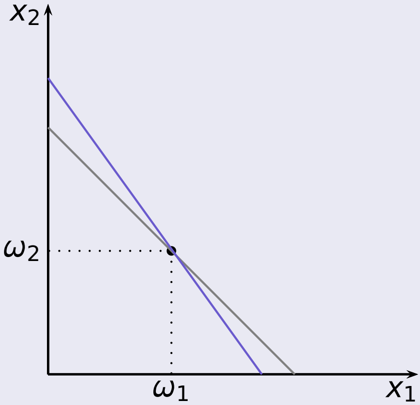


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

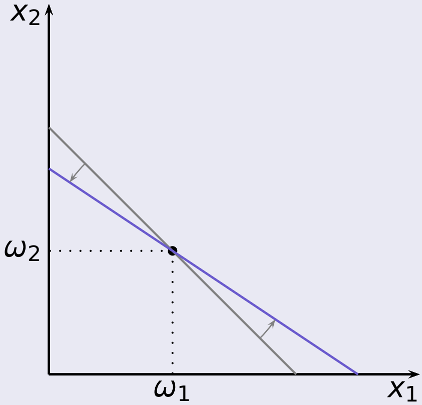


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

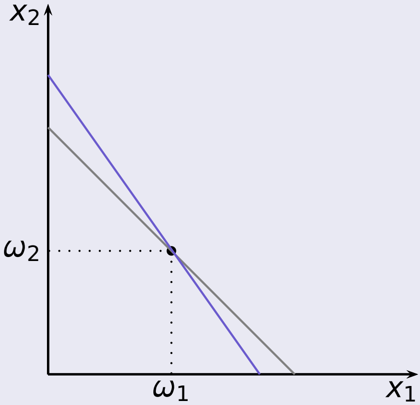


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

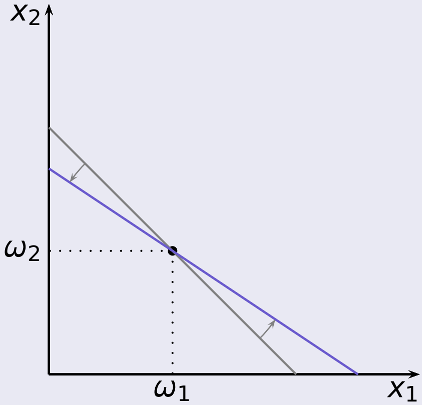


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

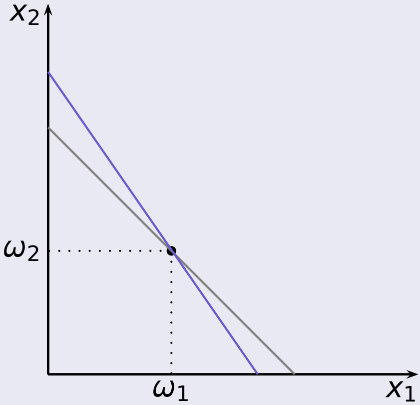


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$

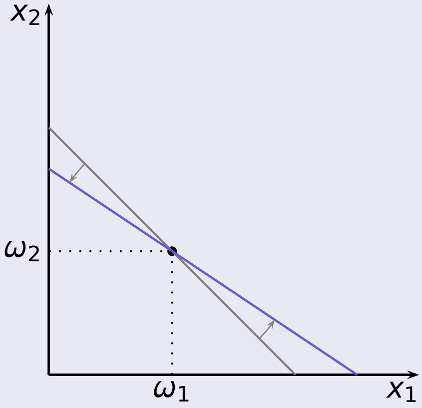


Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$

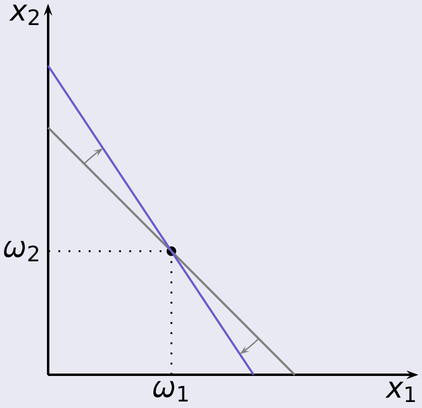


Efeito de variações nos preços

Redução em $\frac{p_1}{p_2}$



Aumento em $\frac{p_1}{p_2}$



O problema da maximização de utilidade

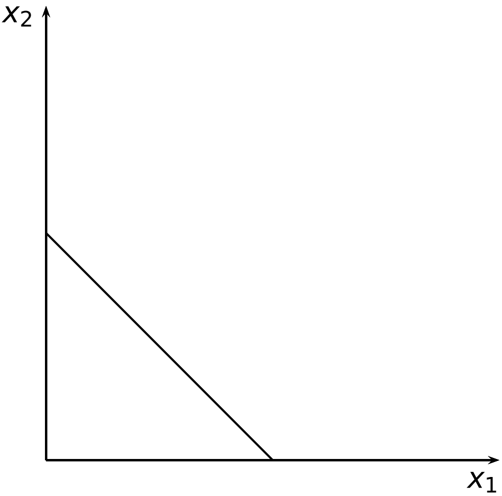
Suporemos que o consumidor sempre escolherá, entre todas as cestas que sua restrição orçamentária permite que ele escolha, a cesta de bens mais preferida ou com maior utilidade. A escolha do consumidor é, portanto a solução para o problema de escolher uma cesta de bens (x_1, x_2) que maximize a função de utilidade

$$U(x_1, x_2)$$

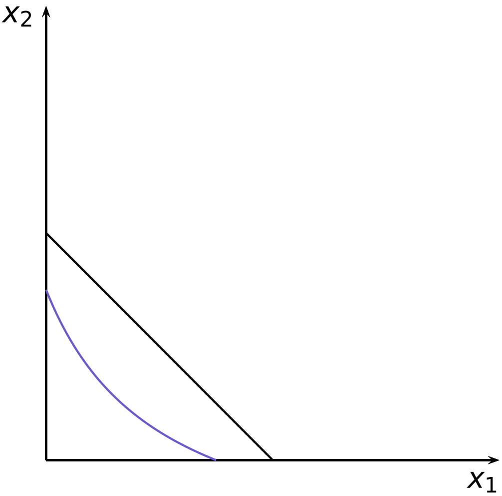
respeitando a restrição orçamentária e as condições de consumo não negativo

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m,$$
$$x_1 \geq 0, \qquad x_2 \geq 0$$

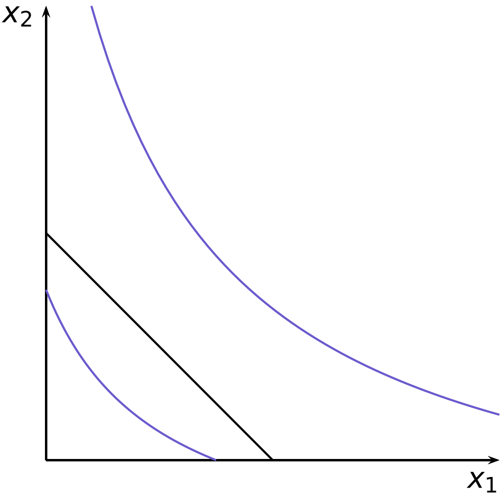
Solução gráfica: solução interior.



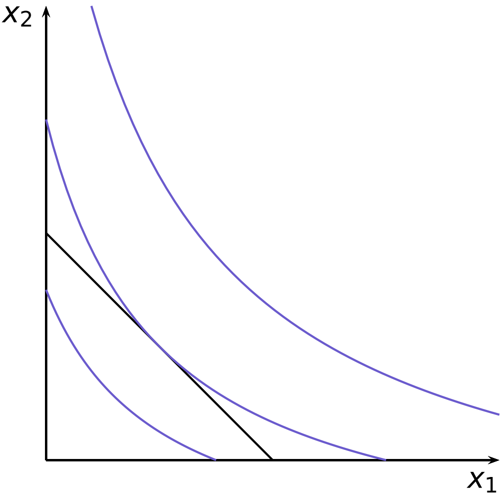
Solução gráfica: solução interior.



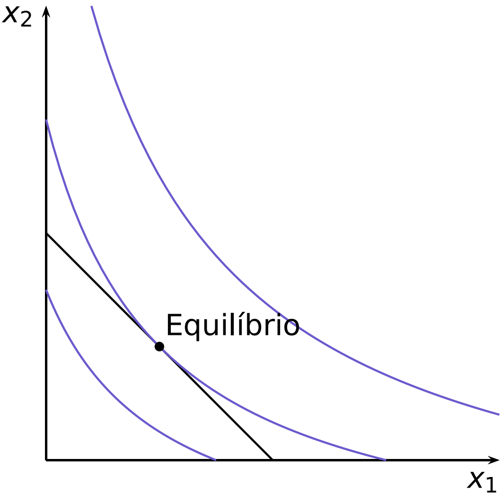
Solução gráfica: solução interior.



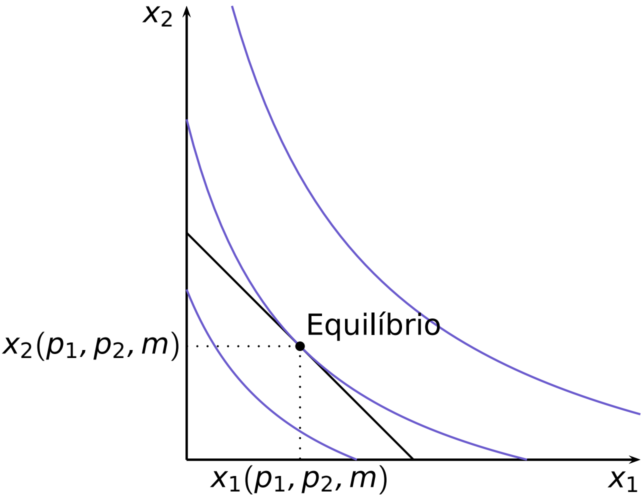
Solução gráfica: solução interior.



Solução gráfica: solução interior.



Solução gráfica: solução interior.



Propriedades da solução interior

Propriedades da solução interior

- Solução sobre a linha de restrição orçamentária (no caso de preferências monotônicas):

$$p_1x_1(p_1,p_2,m)+p_2x_2(p_1,p_2,m)=m$$

Propriedades da solução interior

- Solução sobre a linha de restrição orçamentária (no caso de preferências monotônicas):

$$p_1x_1(p_1,p_2,m)+p_2x_2(p_1,p_2,m)=m$$

- Tangência entre a curva de indiferença e a linha de restrição orçamentária:

$$|TMS|=\frac{p_1}{p_2}$$

Propriedades da solução interior

- Solução sobre a linha de restrição orçamentária (no caso de preferências monotônicas):

$$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$$

- Tangência entre a curva de indiferença e a linha de restrição orçamentária:

$$|TMS| = \frac{p_1}{p_2} \quad \text{ou} \quad \frac{UMg_1}{p_1} = \frac{UMg_2}{p_2} = \lambda$$

Propriedades da solução interior

- Solução sobre a linha de restrição orçamentária (no caso de preferências monotônicas):

$$p_1x_1(p_1,p_2,m)+p_2x_2(p_1,p_2,m)=m$$

- Tangência entre a curva de indiferença e a linha de restrição orçamentária:

$$|TMS|=\frac{p_1}{p_2} \quad \text{ou} \quad \frac{UMg_1}{p_1}=\frac{UMg_2}{p_2}=\lambda$$

λ é utilidade marginal da renda.

Solução pelo método de Lagrange

O lagrangeano

$$\mathscr{L} = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

Solução pelo método de Lagrange

O lagrangeano

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

Condições de máximo de 1ª ordem

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$$

Solução pelo método de Lagrange

O lagrangeano

$$\mathscr{L} = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

Condições de máximo de 1ª ordem

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow UMg_1 - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0$$

Solução pelo método de Lagrange

O lagrangeano

$$\mathscr{L} = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

Condições de máximo de 1ª ordem

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow UMg_1 - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow UMg_2 - \lambda p_2 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0$$

Solução pelo método de Lagrange

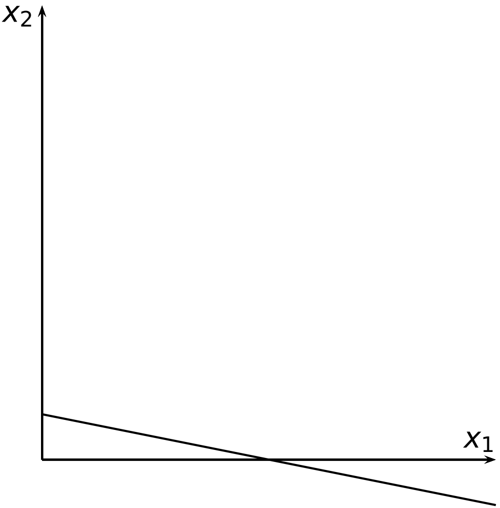
O lagrangeano

$$\mathscr{L} = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

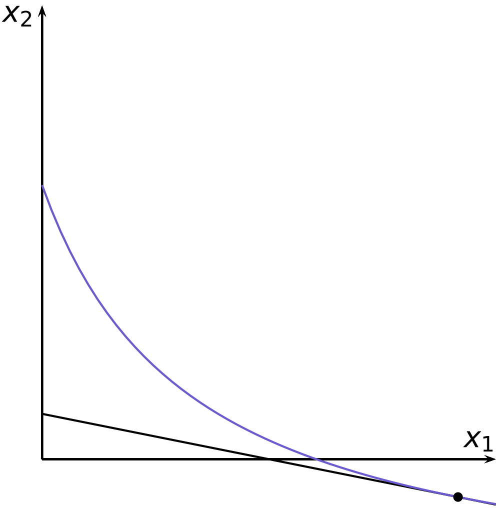
Condições de máximo de 1ª ordem

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow UMg_1 - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow UMg_2 - \lambda p_2 = 0$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0$$

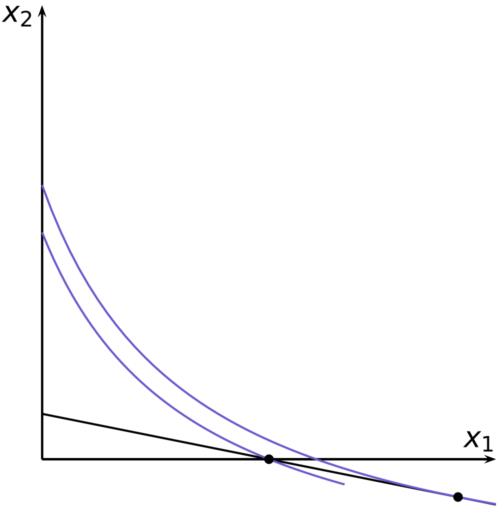
Solução de canto



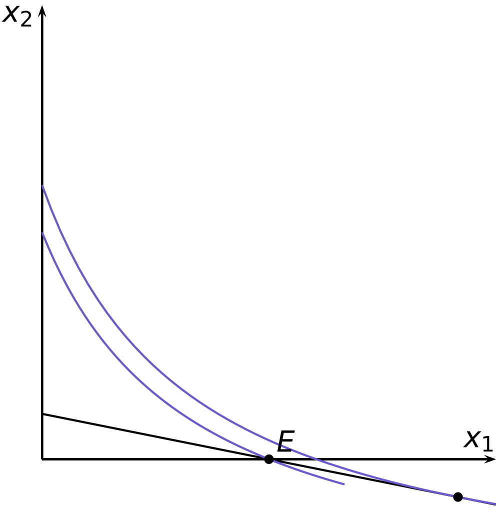
Solução de canto



Solução de canto



Solução de canto



Incorporando a possibilidade de solução de canto

O lagrangeano

$$\mathscr{L} = U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m) + \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2$$

Condições de 1ª ordem

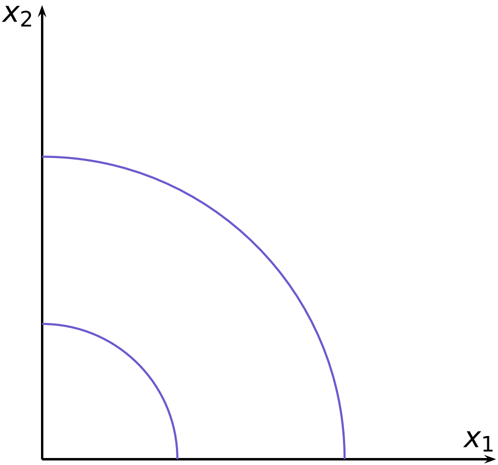
No ponto ótimo, existem $\lambda, \mu_1, \mu_2 ge 0$ tais que

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow UMg_i - \lambda p_i + \mu_i = 0$$

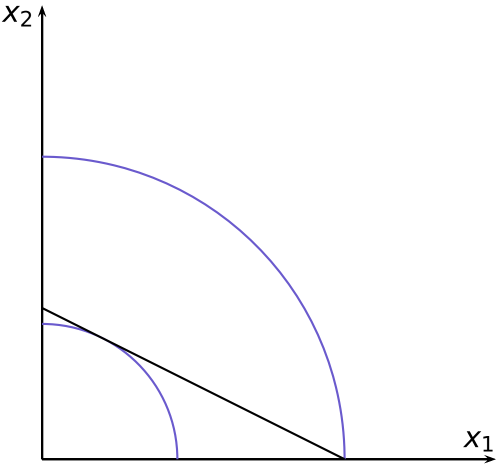
$$\lambda_i(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m) = 0$$

$$\mu_i x_i = 0$$

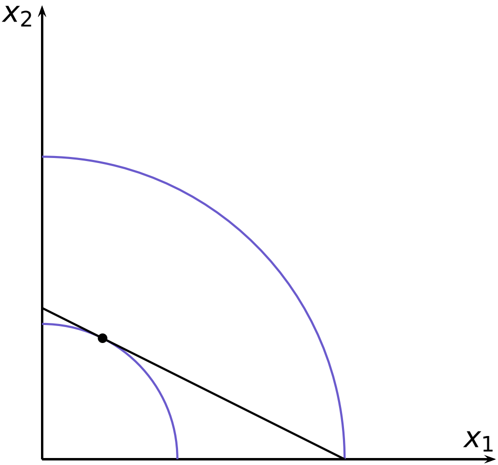
Preferências côncavas



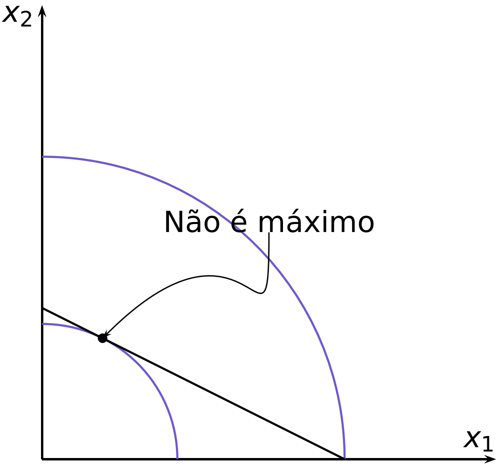
Preferências côncavas



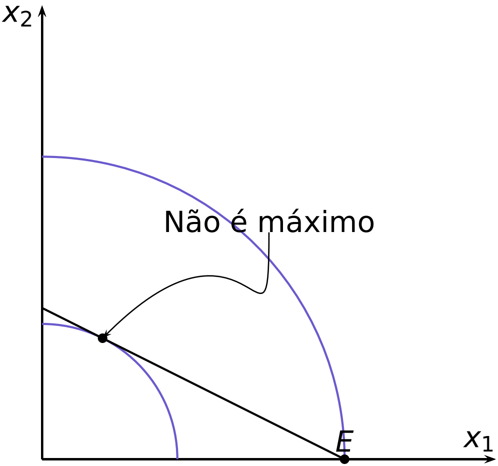
Preferências côncavas



Preferências côncavas



Preferências côncavas



Condição de máximo de 2ª ordem

Condição necessária

$$\begin{vmatrix} 0 & p_1 & p_2 \\ p_1 & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} \\ p_2 & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} \end{vmatrix} \geq 0$$

Condição suficiente

$$\begin{vmatrix} 0 & p_1 & p_2 \\ p_1 & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2} \\ p_2 & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} \end{vmatrix} > 0$$

A função de demanda marshalliana

Definição

As funções de demanda marshalliana $x_1(p_1, p_2, m)$ e $x_2(p_1, p_2, m)$ são funções que fornecem os valores que resolvem o problema de maximizar a função de utilidade $U(x_1, x_2)$ respeitando as condições.

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m$$
$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 \geq 0.$$

Nota:

Por vezes é conveniente usar a notação $\mathbf{x}(p_1, p_2, m)$ para representar o vetor das funções de demanda, isto é $\mathbf{x}(p_1, p_2, m) = (x_1(p_1, p_2, m), x_2(p_1, p_2, m))$

Preferências Cobb-Douglas

Função de Utilidade

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

Preferências Cobb-Douglas

Função de Utilidade

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

Condições de equilíbrio

$$\begin{cases} |TMS| = \dfrac{a}{b}\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \end{cases}$$

Preferências Cobb-Douglas

Função de Utilidade

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

Condições de equilíbrio

$$\begin{cases} |TMS| = \dfrac{a}{b}\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{p_1}{p_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \end{cases}$$

Funções de demanda

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1} \quad x_2(p_1, p_2, m) = \frac{b}{a+b}\frac{m}{p_2}$$

Substitutos perfeitos

O problema do consumidor

$$\text{maximizar} \quad U(x_1, x_2) = a\,x_1 + x_2$$

$$\text{dadas as restrições} \begin{cases} p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Substitutos perfeitos

O problema do consumidor

$$\text{maximizar} \quad U(x_1, x_2) = a\,x_1 + x_2$$

$$\text{dadas as restrições} \begin{cases} p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Solução

Da primeira restrição, vem $x_2 = {}^{(m - x_1)}\!/_{p_2}$. Substituindo na função objetivo, o problema passa a ser maximizar

$$\left(a - \frac{p_1}{p_2}\right) x_1 + \frac{m}{p_2}$$

Dadas as restrições $x_1, x_2 \geq 0$

Substitutos perfeitos

continuação

As funções de demanda

$$x_1(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \frac{m}{p_1} & \text{caso } a > \frac{p_1}{p_2} \\ 0 & \text{caso } a < \frac{p_1}{p_2} \end{cases}$$

$$x_2(p_1, p_2, m) = \begin{cases} 0 & \text{caso } a > \frac{p_1}{p_2} \\ \frac{m}{p_2} & \text{caso } a < \frac{p_1}{p_2} \end{cases}$$

Caso $a = {}^{p_1}/_{p_2}$ teremos

$$(x_1(p_1, p_2, m), x_1(p_1, p_2, m)) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ | p_1 x_1 + p_2 x_2 = m\}$$

Complementos perfeitos

O problema do consumidor

$$\text{maximizar} \quad U(x_1, x_2) = min(a\,x_1, x_2)$$

$$\text{dadas as restrições} \begin{cases} p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

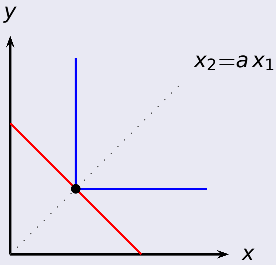
Complementos perfeitos

O problema do consumidor

$$\text{maximizar} \quad U(x_1, x_2) = min(a\,x_1, x_2)$$

$$\text{dadas as restrições} \begin{cases} p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Solução



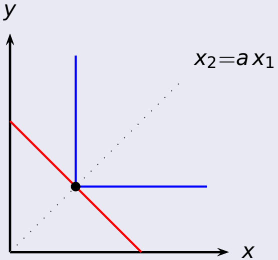
Complementos perfeitos

O problema do consumidor

$$\text{maximizar} \quad U(x_1, x_2) = min(a\,x_1, x_2)$$

$$\text{dadas as restrições} \begin{cases} p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Solução



Substituindo $x_2 = a\,x_1$ na restrição orçamentária,

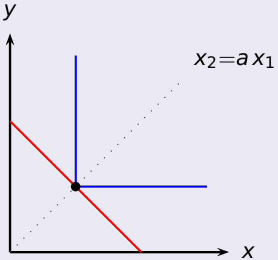
Complementos perfeitos

O problema do consumidor

$$\text{maximizar} \quad U(x_1, x_2) = min(a\,x_1, x_2)$$

$$\text{dadas as restrições} \begin{cases} p_1\,x_1 + p_2\,x_2 = m \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Solução



Substituindo $x_2 = a\,x_1$ na restrição orçamentária,

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + a\,p_2}$$

$$x_2(p_1, p_2, m) = \frac{a\,m}{p_1 + a\,p_2}$$

Exercício de fixação

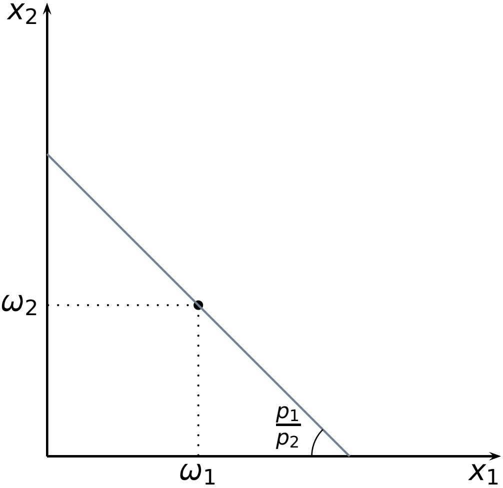
Determine a funções de demanda para cada uma das seguintes funções de utilidade

a. $U(x_1, x_2) = [ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$.
b. $U(x_1, x_2) = x_1 + \ln x_2$.
c. $U(x_1, x_2) = \min\{x_1 + \frac{x_2}{2}, \frac{x_1}{2} + x_2\}$
d. $U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \ln x_2$

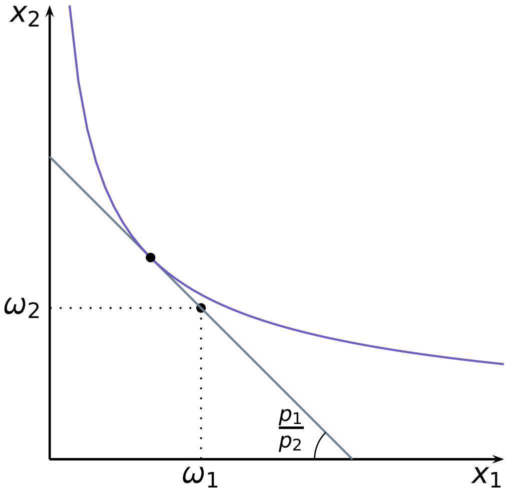
Definições

- $x_i(p_1, p_2, p_1\omega_1 + p_2\omega_2)$ é a chamada demanda bruta pelo bem $i \qquad (i = 1, 2)$.
- $e_i(p_1, p_2, \omega_1, \omega_2) = x_i(p_1, p_2, p_1\omega_1 + p_2\omega_2) - \omega_1$ é a chamada demanda líquida pelo bem $i \qquad (i = 1, 2)$.

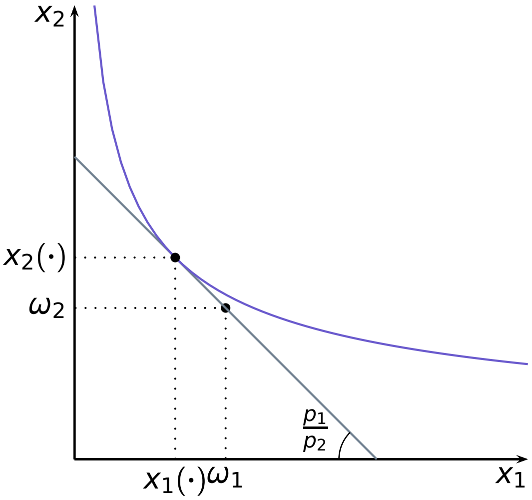
Representação gráfica



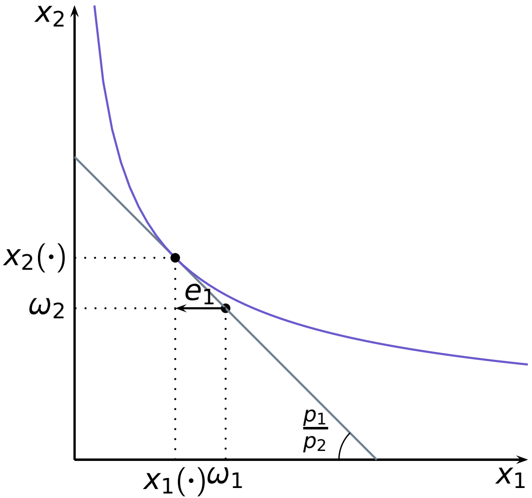
Representação gráfica



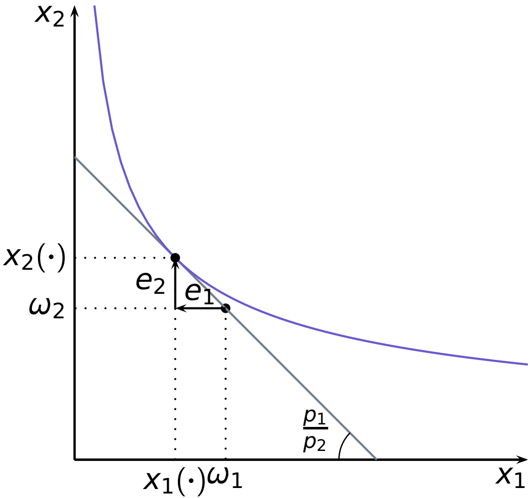
Representação gráfica



Representação gráfica



Representação gráfica



Exercício

Um consumidor possui uma dotação inicial de 5 unidades do bem 1 e 3 unidades do bem 2 suas preferências são representadas pela função de utilidade $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + \ln x_2$ na qual x_1 e x_2 são as quantidades consumidas dos bens 1 e 2, respectivamente. Supondo que esses dois bens podem ser negociados aos preços p_1 e p_2, determine suas funções de demanda e de demanda líquida desse consumidor por esses bens.