

Ferramentas básicas de finanças

Roberto Guena de Oliveira

USP

- 1 Valor do dinheiro no tempo
- 2 Gestão de risco
- 3 Valoração de ativos
- 4 Exercícios

Valor do dinheiro no tempo

Valor futuro de uma determinada quantidade de dinheiro hoje P em uma determinada data t no futuro é o montante que pode ser gerado quando P é aplicado à taxa de juros vigente até a data t .

Fórmula matemática

Se r é a taxa de juros anual, o valor futuro de P reais hoje daqui a 1 ano é

$$VF_1 = P + rP = P(1 + r) \text{ reais,}$$

Fórmula matemática

Se r é a taxa de juros anual, o valor futuro de P reais hoje daqui a 1 ano é

$$VF_1 = P + rP = P(1 + r) \text{ reais,}$$

o valor futuro de P reais hoje daqui a dois anos é

$$VF_2 = P(1 + r) + r[P(1 + r)] = P(1 + r)^2 \text{ reais,}$$

Fórmula matemática

Se r é a taxa de juros anual, o valor futuro de P reais hoje daqui a 1 ano é

$$VF_1 = P + rP = P(1 + r) \text{ reais,}$$

o valor futuro de P reais hoje daqui a dois anos é

$$VF_2 = P(1 + r) + r[P(1 + r)] = P(1 + r)^2 \text{ reais,}$$

e o valor futuro de P reais hoje daqui a t anos é

$$VF_n = P(1 + r)^n.$$

Exemplo

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor futuro de R\$1,00 daqui a um ano será de

$$VF_1 = 1 \times (1 + 0,1) = R\$1,10,$$

Exemplo

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor futuro de R\$1,00 daqui a um ano será de

$$VF_1 = 1 \times (1 + 0,1) = \text{R\$1,10},$$

daqui a dois anos, esse valor futuro passa a

$$VF_2 = 1 \times 1,1^2 = \text{R\$1,21},$$

Exemplo

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor futuro de R\$1,00 daqui a um ano será de

$$VF_1 = 1 \times (1 + 0,1) = \text{R}\$1,10,$$

daqui a dois anos, esse valor futuro passa a

$$VF_2 = 1 \times 1,1^2 = \text{R}\$1,21,$$

daqui a dez anos, o valor de R\$1,00 é

$$VF_{10} = 1 \times 1,1^{10} \approx \text{R}\$2,59$$

O valor presente de um determinado valor F em uma determinada data t no futuro é a quantidade de dinheiro que, aplicada à taxa de juros vigente, gera na data t o montante F .

Fórmula matemática

Se r é a taxa de juros anual, o valor presente de F reais disponíveis em um ano é

$$VP = \frac{F}{1+r},$$

Fórmula matemática

Se r é a taxa de juros anual, o valor presente de F reais disponíveis em um ano é

$$VP = \frac{F}{1+r},$$

o valor presente de F reais disponíveis em dois anos é

$$VP = \frac{F}{(1+r)^2},$$

Fórmula matemática

Se r é a taxa de juros anual, o valor presente de F reais disponíveis em um ano é

$$VP = \frac{F}{1+r},$$

o valor presente de F reais disponíveis em dois anos é

$$VP = \frac{F}{(1+r)^2},$$

e o valor presente de F reais disponíveis daqui a n anos é

$$VP = \frac{F}{(1+r)^n}.$$

Exemplo

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor presente de R\$1,00 disponíveis em um ano é

$$VP = \frac{1}{1.1} \approx 0.91$$

Exemplo

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor presente de R\$1,00 disponíveis em um ano é

$$VP = \frac{1}{1.1} \approx 0.91$$

e o valor presente de R\$1,00 disponíveis daqui a 5 anos é

$$VP = \frac{1}{1.1^5} \approx 0.62.$$

Exemplo

Qual o valor de um título que garante um pagamento P ao final de cada ano pelos próximos n anos, se a taxa de juros é r ?

Exemplo

Qual o valor de um título que garante um pagamento P ao final de cada ano pelos próximos n anos, se a taxa de juros é r ?

$$VP = \frac{P}{1+r}$$

Exemplo

Qual o valor de um título que garante um pagamento P ao final de cada ano pelos próximos n anos, se a taxa de juros é r ?

$$VP = \frac{P}{1+r} + \frac{P}{(1+r)^2}$$

Exemplo

Qual o valor de um título que garante um pagamento P ao final de cada ano pelos próximos n anos, se a taxa de juros é r ?

$$VP = \frac{P}{1+r} + \frac{P}{(1+r)^2} + \frac{P}{(1+r)^3}$$

Exemplo

Qual o valor de um título que garante um pagamento P ao final de cada ano pelos próximos n anos, se a taxa de juros é r ?

$$VP = \frac{P}{1+r} + \frac{P}{(1+r)^2} + \frac{P}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{P}{(1+r)^n}$$

Exemplo

Qual o valor de um título que garante um pagamento P ao final de cada ano pelos próximos n anos, se a taxa de juros é r ?

$$VP = \frac{P}{1+r} + \frac{P}{(1+r)^2} + \frac{P}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{P}{(1+r)^n} = P \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$$

Exemplo

Uma empresa pode fazer um investimento de R\$ 1 milhão que gerará uma receita líquida de R\$ 130.000,00 ao final de cada um dos próximos 10 anos. Vale a pena para essa empresa fazer esse investimento se a taxa de juros for de 10%? E se ela for de 5%? E se ela for de 2%?

Exemplo – solução

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor presente líquido do negócio é

$$VP = 130.000,00 \frac{1,1^{10} - 1}{0,1 \times 1,1^{10}} - 1.000.000,00 = -R\$201.206,28$$

Nesse caso, não vale a pena realizar o investimento.

Exemplo – solução

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor presente líquido do negócio é

$$VP = 130.000,00 \frac{1,1^{10} - 1}{0,1 \times 1,1^{10}} - 1.000.000,00 = -R\$201.206,28$$

Nesse caso, não vale a pena realizar o investimento.

Se a taxa de juros é de 5% ao ano, o valor presente líquido do negócio é

$$VP = 130.000,00 \frac{1,05^{10} - 1}{0,05 \times 1,05^{10}} - 1.000.000,00 = R\$3825,54.$$

Nesse caso, o investimento valerá a pena.

Exemplo – solução (conclusão)

Se a taxa de juros é de 2% ao ano, o valor presente líquido do negócio é

$$VP = 130.000,00 \frac{1,02^{10} - 1}{0,02 \times 1,02^{10}} - 1.000.000,00 = \text{R\$}167.736,05$$

Nesse caso, vale a pena realizar o investimento.

Quanto menor a taxa de juros, mais provável é que o investimento seja realizado.

Exemplo

Considere um projeto que, caso executado, gere o seguinte fluxo de caixa

ano	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fluxo	-100	-10	30	30	40	20	30	40	50	20

Se a taxa de juros é de 10%, vale a pena realizar o projeto?

Exemplo

Considere um projeto que, caso executado, gere o seguinte fluxo de caixa

ano	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fluxo	-100	-10	30	30	40	20	30	40	50	20

Se a taxa de juros é de 10%, vale a pena realizar o projeto?

$$\begin{aligned} VP = & \frac{-100}{1,1} - \frac{10}{1,1^2} + \frac{30}{1,1^3} + \frac{30}{1,1^4} + \frac{40}{1,1^5} + \\ & + \frac{20}{1,1^6} + \frac{30}{1,1^7} + \frac{40}{1,1^8} + \frac{50}{1,1^9} + \frac{20}{1,1^{10}} \end{aligned}$$

Exemplo

Considere um projeto que, caso executado, gere o seguinte fluxo de caixa

ano	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fluxo	-100	-10	30	30	40	20	30	40	50	20

Se a taxa de juros é de 10%, vale a pena realizar o projeto?

$$\begin{aligned} VP = & \frac{-100}{1,1} - \frac{10}{1,1^2} + \frac{30}{1,1^3} + \frac{30}{1,1^4} + \frac{40}{1,1^5} + \\ & + \frac{20}{1,1^6} + \frac{30}{1,1^7} + \frac{40}{1,1^8} + \frac{50}{1,1^9} + \frac{20}{1,1^{10}} \approx 42,95 \end{aligned}$$

Como o valor presente é positivo, o projeto vale a pena.

Taxa de juros nominal e taxa de juros real

Seja um empréstimo de um ano. Chamando o valor emprestado de principal e o valor pago ao final do ano de montante, definimos:

$$\text{Taxa nominal de juros} = \frac{\text{montante}}{\text{principal}} - 1$$

e

$$\text{Taxa real de juros} = \frac{\text{fracmontante}1 + \text{taxa de inflação}}{\text{principal}} - 1$$

$$\text{Taxa de juros real} = \frac{1 + \text{Taxa de juros nominal}}{1 + \text{Taxa de inflação}} - 1.$$

Taxa de juros real

$$\text{Taxa de juros real} = \frac{1 + \text{Taxa de juros nominal}}{1 + \text{Taxa de inflação}} - 1.$$

Se a taxa de inflação for baixa, esse valor pode ser aproximado por

$$\text{Taxa de juros real} \approx \text{Taxa de juros nominal} - \text{Taxa de inflação}$$

Exemplo

Se a taxa de juros nominal é de 20% ao ano e a taxa de inflação é de 10% ao ano, qual é a taxa de juros real?

Exemplo

Se a taxa de juros nominal é de 20% ao ano e a taxa de inflação é de 10% ao ano, qual é a taxa de juros real?

$$\text{Taxa de juros real} = \frac{1 + 0,2}{1 + 0,1} - 1 = 18,18\%.$$

Exemplo

Se a taxa de juros nominal é de 2% ao ano e a taxa de inflação é de 1% ao ano, qual é a taxa de juros real?

Exemplo

Se a taxa de juros nominal é de 2% ao ano e a taxa de inflação é de 1% ao ano, qual é a taxa de juros real?

$$\text{Taxa de juros real} = \frac{1 + 0,02}{1 + 0,01} - 1 = 0,99\%.$$

Gestão de risco

Aversão a risco

Considere o jogo: se o resultado de um lançamento de moeda for cara, você ganha R\$1000,00. Se o resultado for coroa, você perde R\$1000,00. Você aceita participar desse jogo?

Aversão a risco

Considere o jogo: se o resultado de um lançamento de moeda for cara, você ganha R\$1000,00. Se o resultado for coroa, você perde R\$1000,00. Você aceita participar desse jogo?

Se você respondeu não, então você possui aversão ao risco.

Aversão a risco

Considere o jogo: se o resultado de um lançamento de moeda for cara, você ganha R\$1000,00. Se o resultado for coroa, você perde R\$1000,00. Você aceita participar desse jogo?

Se você respondeu não, então você possui aversão ao risco. Uma pessoa com aversão ao risco só aceitaria participar desse jogo caso

- a a probabilidade de ganhar R\$1000,00 fosse suficientemente maior do que a de perder o mesmo valor e/ ou

Aversão a risco

Considere o jogo: se o resultado de um lançamento de moeda for cara, você ganha R\$1000,00. Se o resultado for coroa, você perde R\$1000,00. Você aceita participar desse jogo?

Se você respondeu não, então você possui aversão ao risco. Uma pessoa com aversão ao risco só aceitaria participar desse jogo caso

- a a probabilidade de ganhar R\$1000,00 fosse suficientemente maior do que a de perder o mesmo valor e/ ou
- b o valor que ela recebe quando o resultado é cara fosse suficiente maior do que o valor que ela paga quando o resultado é coroa.

Diversificação de risco é a redução de risco obtida quando substituímos um único risco por uma grande número de pequenos risco não perfeitamente correlacionados.

Diversificação: exemplo

João deve levar o leite de sua fazenda para uma vila onde será vendido. O caminho para a vila é escorregadio e há uma chance de 25% de que João caia e perca o leite que carrega. Se levar o leite em mais de uma viagem, a probabilidade de que ele caia em cada viagem continua sendo de 25% e independe de ele ter caído ou não em outras viagens. Caso João faça 1, 2 ou 3 viagens, calcule as possíveis frações do leite transportado e salvo e suas probabilidades.

Diversificação: exemplo

João deve levar o leite de sua fazenda para uma vila onde será vendido. O caminho para a vila é escorregadio e há uma chance de 25% de que João caia e perca o leite que carrega. Se levar o leite em mais de uma viagem, a probabilidade de que ele caia em cada viagem continua sendo de 25% e independe de ele ter caído ou não em outras viagens. Caso João faça 1, 2 ou 3 viagens, calcule as possíveis frações do leite transportado e salvo e suas probabilidades.

1 viagem

Fração salva	Probabilidade
0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{3}{4}$

Diversificação: exemplo (continuação)

2 viagens

Fração salva	Probabilidade
0	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$
1	$\frac{9}{16}$

Diversificação: exemplo (continuação)

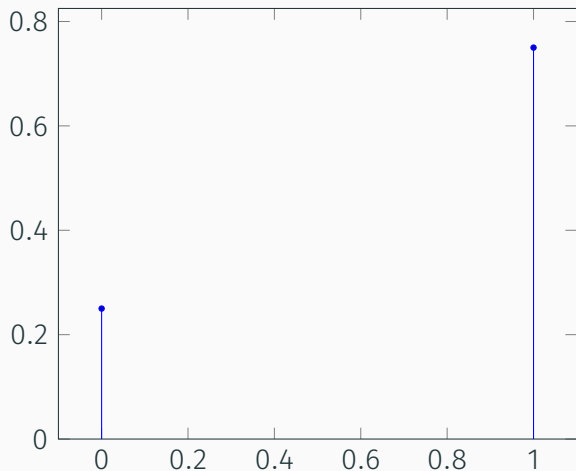
2 viagens

Fração salva	Probabilidade
0	$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$
1	$\frac{9}{16}$

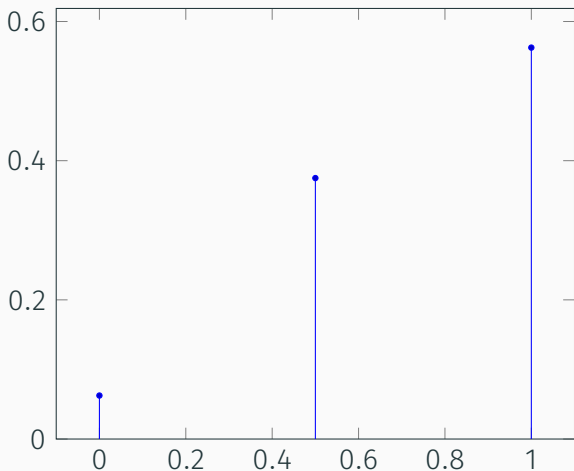
3 viagens

Fração salva	Probabilidade
0	$\frac{1}{64}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{64}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{27}{64}$
1	$\frac{27}{64}$

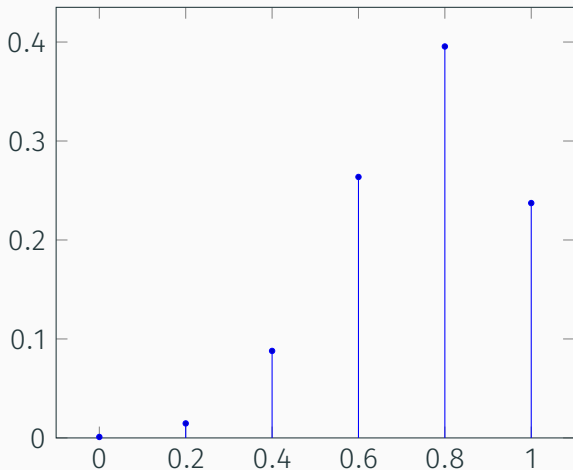
Distribuição de probabilidades da parcela de leite salva — $n = 1$



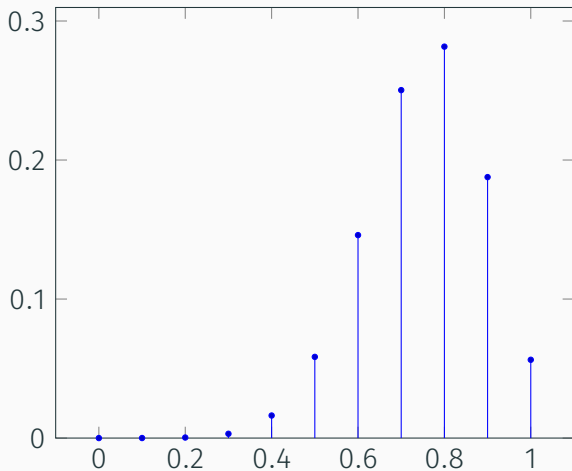
Distribuição de probabilidades da parcela de leite salva — $n = 2$



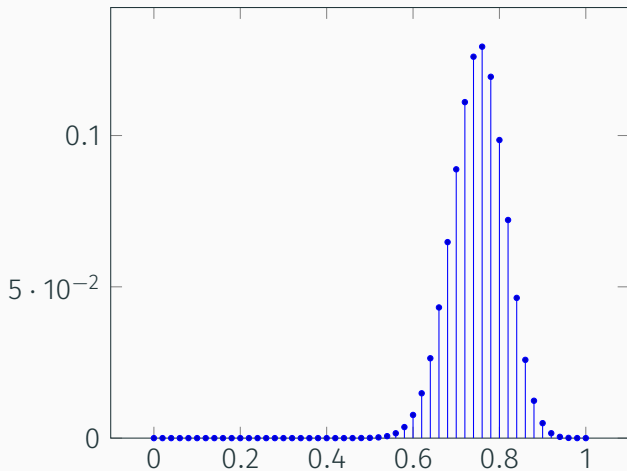
Distribuição de probabilidades da parcela de leite salva — $n = 5$



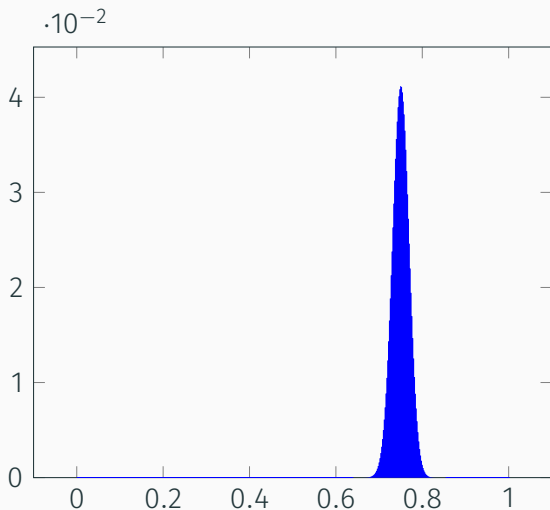
Distribuição de probabilidades da parcela de leite salva — $n = 10$



Distribuição de probabilidades da parcela de leite salva — $n = 50$



Distribuição de probabilidades da parcela de leite salva — $n = 500$



Benefícios da diversificação

- Seguradoras podem prever com razoável precisão seus gastos com pagamentos de sinistros.
- Bancos conseguem prever percentual de inadimplência e cobrar por ela.
- Fundos de investimentos com ativos diversificados oferecem menor risco

Valoração de ativos

O valor presente de uma ação hoje é o valor presente dos dividendos que essa ação vai gerar até o momento de sua venda mais o valor presente da receita que será obtida no momento de sua venda.

Hipótese dos mercados eficientes

O preço de um ativo reflete toda informação pública existente acerca dele.

O preço de um ativo reflete toda informação pública existente acerca dele.

Consequências

- 1 É muito difícil fazer melhor do que o mercado consistentemente.

O preço de um ativo reflete toda informação pública existente acerca dele.

Consequências

- 1 É muito difícil fazer melhor do que o mercado consistentemente.
- 2 É possível se sair melhor do que o mercado com informação privilegiada.

Hipótese contrária à dos mercados eficientes. Pressupõe que os agentes podem agir irracionalmente.

Keynes “espírito animal” dos investidores.

Alan Greenspan “exuberância irracional”.

Bolhas especulativas preços dos ativos sobem acima do que aparenta ser seu valor de fundamento.

Exercícios

Exercício

Uma empresa tem um projeto de investimento que custou R\$ 10 milhões hoje e gera um pagamento de R\$15 milhões em 4 anos.

- a) Essa empresa deve realizar o projeto se a taxa de juros for de 11%? 10%? 9%? 8%?
- b) Você é capaz de calcular a taxa de juros que torna a empresa indiferente entre realizar ou não o investimento?

Exercício

O título A paga R\$8000 em 20 anos. O título B paga R\$8000 em 40 anos (para manter as coisas simples, suponhamos que os títulos não tenham cupons).

- a Se a taxa de juros é de 3,5% ao ano, qual é o valor de cada título? Que título vale mais?
- b Se a taxa de juros sobe para 7% ao ano, qual será o valor de cada título. Que título tem uma maior variação percentual de valor?
- c Baseando-se nos resultados acima, complete os brancos da frase: “O valor de um título [sobe/ desce] quando a taxa de juros aumenta, e títulos com maior prazo de maturidade são [mais/ menos] sensíveis a mudanças na taxa de juros”.

Sua conta bancária paga juros de 8% ao ano e você está considerando a possibilidade de comprar ações da empresa XYZ por R\$110. Após 1, 2 e 3 anos, essas ações gerarão dividendos no valor de R\$5. Você pretende vender as ações após 3 anos pelo valor de R\$120. XYZ é um bom investimento?

Que tipo de ação você espera que pague o maior retorno médio: ação de uma empresa em uma indústria que é muito sensível ao crescimento econômico (tal como a automobilística) ou ação de uma empresa em uma indústria que é menos sensível às condições econômicas, tal como uma concessionária de rodovias? Por quê?

Uma empresa se defronta com dois tipos de risco: um risco específico do setor decorrente de que um novo competidor pode entrar no mercado e tomar parte de seus consumidores e um risco de mercado decorrente da possibilidade da economia entrar em recessão. Qual desses dois riscos fará mais provavelmente que os acionistas dessa empresa demandem um maior retorno? Porquê?

Quando executivos de empresas compram e vendem ações baseados em informações privadas que eles obtêm como parte de seus empregos, eles estão engajados em insider trading.

- a) Dê um exemplo de uma inside information que pode ser útil para comprar ou vender uma ação.
- b) Aqueles que negociam ações possuindo inside informations costumam obter taxas muito elevadas de retorno. Esse fato viola a hipótese dos mercados eficientes?
- c) Insider trading é ilegal. Porque você acha que é assim?