Correção do exame de microeconomia da ANPEC 2017

Roberto Guena de Oliveira

20 de março de 2017

Questão 1

Um consumidor tem preferências descritas pela função $U(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ sendo os preços dos bens x e y representados por p_x e p_y e a renda por R. Diga se as afirmações que se seguem são falsas ou verdadeiras:

⓪ Se $p_x = \$2$, $p_y = \$1$ e $R = \$300$, então o agente maximizador de utilidade escolherá a cesta de consumo $(x, y) = (50, 200)$;

① Utilizando os valores calculados no item anterior, $\lambda = \frac{\sqrt{50}}{200}$ representa quanto aumenta o valor de $U(x, y)$ causado por um pequeno aumento na renda nominal disponível;

② A TMS (taxa marginal de substituição) será igual a x/y que mostra que as curvas de indiferença são estritamente convexas em relação à origem;

③ A função demanda pelo bem y é dada pela expressão $\frac{1}{2}\frac{R}{p_y}$

④ O exame da função demanda pelo bem x mostra que esse bem é inferior, mas não o bastante para se tratar de um bem de Giffen.

Solução

Determinemos as funções de demanda pelos bens x e y empregando o método de Lagrange. A função objetivo é a função de utilidade, $U(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$, e a restrição é a restrição orçamentária, $p_x x + p_y y = R$. O lagrangeano para o problema é

$$\mathcal{L} = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \lambda(p_x x + p_y y - R)$$

As condições de máximo de primeira ordem são:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \lambda p_x$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{y}} = \lambda p_y$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow p_x x + p_y y = R$$

Resolvendo esse sistema para x, y e λ, obtemos as funções de demanda

$$x(p_x, p_y, R) = \frac{p_y}{p_x}\frac{R}{p_x + p_y} \tag{1}$$

e

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{p_x}{p_y}\frac{R}{p_x + p_y}. \tag{2}$$

e o valor da variável λ associada à escolha ótima:

$$\lambda(p_x, p_y, R) = \frac{1}{2\sqrt{R}}\sqrt{\frac{p_x + p_y}{p_x p_y}}. \tag{3}$$

Note que a condição de máximo de segunda ordem está garantida visto que a função de utilidade é estritamente côncava e, portanto, estritamente quase-côncava.

⓪ VERDADEIRO. Substituindo os valores informados nas funções de demanda (1) e (2), obtemos:

$$x(2, 1, 300) = \frac{1}{2}\frac{300}{1+2} = 50$$

e

$$y(2, 1, 300) = \frac{2}{1}\frac{300}{1+2} = 200.$$

Portanto, de fato, no equilíbrio, $(x, y) = (50,\ 200)$.

① FALSO. O valor de λ, calculado para a escolha ótima quando os preços são $p_x = 2$, $p_y = 1$ e a renda é $R = 300$, obtido quando substituímos esses valores em (3) é:

$$\lambda(2, 1, 300) = \frac{1}{2\sqrt{300}}\sqrt{\frac{1+2}{2\times 1}} = \frac{\sqrt{2}}{40} = \frac{\sqrt{50}}{200}.$$

Porém, λ representa utilidade marginal da renda, ou seja, a razão entre a variação no valor da função de utilidade de corrente de um pequeno aumento na renda e esse pequeno aumento. Assim, caso haja um pequeno aumento ΔR na renda disponível, a variação decorrente no nível de utilidade atingido no equilíbrio será de, aproximadamente,

$$\Delta R \times \lambda,$$

o que é diferente de simplemente λ.

② FALSO. Se a taxa marginal de substituição fosse igual a x/y as preferências seriam côncavas, pois, quando caminhamos da esquerda para a direita sobre uma curva de indiferença, a razão x/y aumenta.

Adicionalmente, a taxa marginal de substituição, dada pela razão entre as utilidades marginais, dos bens x e y é:

$$|TMS| = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{1/(2)\sqrt{x}}{1/(2)\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{y}{x}}.$$

Essa taxa marginal de substituição é diferente da do enunciado do item.

③ FALSO. Conforme vimos a função de demanda pelo bem y é dada pela expressão (2), isto é,

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{p_x}{p_y} \frac{R}{p_x + p_y}.$$

④ FALSO. A função de demanda pelo bem x, apresentada em (1), é claramente crescente em relação a renda, o que indica que se trata de um bem normal.

Questão 2

Um consumidor cuja função utilidade é dada por $U(x, y) = \sqrt{xy}$ possui uma dotação inicial $(w_x, w_y) = (1{,}5)$. Avalie:

⓪ O consumidor demandará liquidamente duas unidades de x se os preços forem $(p_x, p_y) = (1{,}1)$;

① Se o preço do bem x cair pela metade, o consumidor aumentará em $2{,}5$ unidades o seu consumo de x, em comparação com a escolha sob os preços unitários;

② Levando em conta a variação de preços citada acima, ajustando-se a renda para que o consumidor seja capaz de comprar a cesta original, teremos um efeito substituição de Slutsky de duas unidades;

③ Na mesma situação, o efeito renda tradicional será $1{,}5$;

④ Na mesma situação, o efeito renda-dotação será igual a $0{,}5$ unidades.

Solução

Note que a função de utilidade do consumidor é do tipo Cobb-Douglas, pois pode ser escrita como $U(x, y) = x^a y^b$, em que $a = b = 1/2$. Nesse caso, podemos usar a fórmula da função de demanda para esse tipo de preferências:

$$x(p_x, p_y, R) = \frac{a}{a+b}\frac{R}{p_x}$$

e

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{b}{a+b}\frac{R}{p_y}.$$

Usando $a = b = 1/2$ obtemos:

$$x(p_x, p_y, R) = \frac{R}{2p_x} \tag{4}$$

e

$$y(p_x, p_y, R) = \frac{R}{2p_y}. \tag{5}$$

No presente caso, o poder aquisitivo do consumidor é dado pelo valor de sua dotação inicial, de tal sorte que tais funções de demanda podem ser substituídas por

$$x(p_x, p_y, w_x, w_y) = \frac{p_x w_x + p_y w_y}{2p_x} \tag{6}$$

e

$$y(p_x, p_y, w_x, w_y) = \frac{p_x w_x + p_y w_y}{2p_y}. \tag{7}$$

Ou, tomando $w_x = 1$ e $w_y = 5$,

$$x(p_x, p_y, 1, 5) = \frac{p_x + 5p_y}{2p_x} \tag{8}$$

e

$$y(p_x, p_y, 1, 5) = \frac{p_x + 5p_y}{2p_y}. \tag{9}$$

⓪ VERDADEIRO. Usando as funções (8) e (9), as quantidades demandadas dos bens x e y aos preços $p_x = p_y = 1$ serão $x^* = y^* = 3$. A demanda líquida do bem x é dada pela diferença entre a demanda bruta, $x^* = 3$, e a dotação inicial desse bem, $w_x = 1$: $x^* - w_x = 3 - 1 = 2$.

① VERDADEIRO. Conforme vimos acima, quando os dois preços são unitários, a quantidade demandada do bem x é igual a 3. Considerando agora $p_x = 1/2$ e $p_y = 1$, obtemos, aplicando (8), $x\left(\frac{1}{2}, 1, 1, 5\right) = 5{,}5 = 3 + 2{,}5$.

② FALSO. Se a renda for ajustada para que a linha de restrição orçamentária volte a passar sobre a cesta da bens originalmente consumida, $(x, y) = (3, 3)$, então, ela deverá ser, aos preços $p_x = 1/2$ e $p_y = 1$, $R_C = \frac{1}{2} \times 3 + 1 \times 3 = 9/2$. Substituindo esse valor em (4) chegamos à quantidade demanda do bem x após a compensação de Slutsky: $x_c = \frac{1}{2} \frac{9/2}{1/2} = \frac{9}{2}$. Assim, o efeito substituição de Slutsky é $4{,}5 - 3 = 1{,}5$ unidades.

③ VERDADEIRO. Se entendermos que por "efeito renda tradicional" o examinador quer dizer "efeito renda comum" ou "efeito renda ordinário", ou seja, o efeito renda desconsiderando o impacto da variação de preço sobre o valor da dotação inicial, tal efeito é dado pela diferença entre a quantidade demandada do bem x ao preço final, $p_x = 0{,}5$, considerando-se uma renda igual ao valor inicial da dotação do consumidor, 6, e a quantidade demandada desse bem também ao preço final, considerando-se a renda após a compensação de Slutsky, ou seja, $9/2$, ou seja $x(1/2, 1, 6) - x(1/2,\ 1,\ 9/2)$. Usando (4), essa diferença é dada por

$$x(1/2,\ 1,\ 6) - x(1/2,\ 1,\ 9/2) = \frac{1}{2}\frac{6}{1/2} - \frac{1}{2}\frac{9/2}{1/2} = 1{,}5.$$

④ FALSO. O efeito renda dotação é a diferença entre a demanda final do bem x e a demanda desse bem ao preço final considerando-se uma renda igual ao valor inicial da dotação orçamentária. A quantidade demandada do bem x após a redução no preço do bem 1, conforme vimos no item 1 acima é $x_1 = 5{,}5$. A quantidade demandada desse bem ao preço $p_x = 1/2$ ao valor inicial da dotação do consumidor é (veja o item anterior) $x_1^o = 6$. Assim, o efeito renda dotação é

$$5{,}5 - 6 = -0{,}5.$$

O efeito renda dotação tem o mesmo sinal que a variação no preço do bem x, porque esse é um bem normal. Nossa resposta difere do gabarito. Neste o sinal negativo do efeito renda dotação é ignorado. Todavia, entendemos que o sinal deva sempre ser considerado pois o efeito renda dotação pode tanto ser positivo quanto negativo.

Questão 3

Com respeito aos efeitos dos impostos, assinale quais das afirmações abaixo são verdadeiras:

⓪ Se as curvas de demanda e oferta do mercado forem lineares, sendo p o preço do produto e t um imposto específico, então $dp/dt = \eta/(\eta - \epsilon)$, em que η é a elasticidade preço da oferta e ϵ é a elasticidade preço da demanda;

① No caso de um imposto específico t, o equilíbrio do mercado será diferente se o imposto for cobrado dos vendedores ou dos compradores;

② Se a elasticidade preço da demanda for 0 (zero) e a elasticidade preço da oferta for 1, o custo do imposto específico recairá totalmente sobre os produtores;

③ O peso morto decorrente da introdução de um imposto específico em um mercado com curvas de oferta e demanda lineares não depende do preço antes da incidência do imposto;

④ Se as curvas de demanda e oferta forem lineares, a receita fiscal do governo compensa a introdução de um imposto específico e gera um peso morto nulo.

Solução

⓪ VERDADEIRO. A condição de equilíbrio em um mercado com um imposto específico pode ser expressa por $q^d(p) = q^2(p-t)$ em que p é o preço bruto, isto é, incluindo o imposto, da mercadoria, $q^d(p)$ é a função de demanda dessa mercadoria e $q^s(p-t)$ é a função de oferta, considerando o valor recebido pelos vendedores da mercadoria, que é o preço líquido do imposto $p-t$. Tal igualdade define o preço p como uma função implícita do valor do tributo t. Podemos então usar o teorema da função implícita para diferenciar os dois lados da igualdade em relação a t e obter

$$\frac{dq^d(p)}{dp}\frac{dp}{dt} = \frac{dq^s(p-t)}{dp}\left(\frac{dp}{dt} - 1\right)$$

Multiplicando os dois lados por q/p q e p são a quantidade e o preço de equilíbrio, respectivamente, obtemos

$$\frac{dq^d(p)}{dp}\frac{q}{p}\frac{dp}{dt} = \frac{dq^s(p-t)}{dp}\frac{q}{p}\left(\frac{dp}{dt} - 1\right)$$

Ou,

$$\epsilon \frac{dp}{dt} = \eta \left(\frac{dp}{dt} - 1 \right)$$

O que resulta em [1]

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{\eta - \epsilon} = \frac{\eta}{\eta + |\epsilon|}.$$

Essa é a fórmula que relaciona o efeito de um imposto sobre o preço (bruto) de equilíbrio. Ela é válida para quaisquer funções diferenciáveis de demanda e de oferta.[2] Em particular, ela é válida para funções de demanda e oferta lineares.

① FALSO. A condição de equilíbrio, é, conforme vimos, $q^d(p) = q^s(p-t)$, na qual, p é o preço ao consumidor, ou seja o preço bruto, incluindo o tributo, $q^d(p)$ é a função de demanda e, $q^s(p-t)$ é a função de oferta que depende do preço líquido do imposto, $p-t$. Essa condição independe de quem seja responsável pelo pagamento efetivo do imposto. E, portanto, o preço e a quantidade de equilíbrio também independem de quem seja formalmente responsável pelo pagamento do tributo.

② FALSO. Empregando a fórmula que demonstramos no item 0, caso a elasticidade preço da demanda seja igual a zero, desde que a elasticidade-preço da oferta seja diferente de zero, $dp/dt = 1$, o que indica que todo tributo é repassado ao preço ao consumidor, p.

③ VERDADEIRO. Assumindo que as duas funções sejam lineares, então, a função de demanda tem a forma $q^d = a - bp_d$ e a função de oferta tem a forma $q^s = c + dp_s$ nas quais, a, b, c e d são constantes positivas e p_d e p_s são o preço do produto tal como percebido, respectivamente, pelos demandantes e pelos ofertantes, isto é $p_s = p_d - t$. O peso morto do imposto é dado pela área acima da curva de oferta e abaixo da curva de demanda entre o equilíbrio após a introdução do imposto e o equilíbrio quando não há imposto.

Sem o imposto, $p_d = p_s = p$. Assim, quando não há imposto, a condição de equilíbrio é

$$a - bp = c + dp.$$

O preço de equilíbrio, p^* é aquele que torna essa condição verdadeira:

$$p^* = \frac{a-c}{b+d}.$$

[1]Note que η representa a elasticidade da oferta em relação ao preço bruto, p, não em relação ao preço líquido, $p-t$.

[2]Em português, essa fórmula diz que o efeito de uma variação no imposto específico sobre o preço bruto do produto é tando menor quanto menos elástica for a oferta e quanto mais elástica for a demanda desse produto e, inversamente, tanto maior quanto mais elástica for a função de oferta e menos elástica for a função de demanda. Além disso, esse efeito nunca será superior a 100% da variação do imposto.

E a quantidade de equilíbrio é obtida substituindo esse preço na função de demanda ou na função de oferta:

$$q^* = a - bp^* = c + dp^* = \frac{ad + bc}{b + d} \tag{10}$$

Com o imposto, a condição de equilíbrio passa a ser

$$a - bp_d = c + dp_s \Rightarrow a - bp_d = c + d(p_d - t).$$

Resolvendo para p_d, encontramos o preço bruto de equilíbrio, p_d^{**}:

$$p_d^{**} = \frac{a - c + dt}{b + d}.$$

O preço de oferta (líquido do imposto) é dado por

$$p_s^{**} = p_d - t = \frac{a - c - bt}{b + d}.$$

Substituindo esses preços nas funções de demanda e de oferta, encontramos a quantidade de equilíbrio após o imposto:

$$q^{**} = a - bp_d^{**} = c + dp_s^{**} = \frac{ad + bc - bdt}{b + d}. \tag{11}$$

A figura 1 ilustra o equilíbrio de um mercado de um bem com oferta

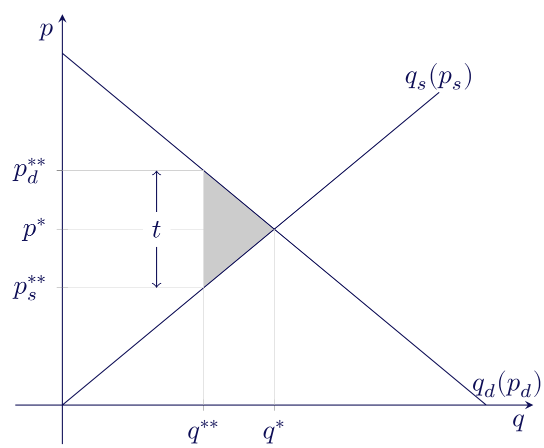


Figura 1: Equilíbrio com curvas de demanda e oferta lineares e tributo específico

e demanda lineares antes e após a introdução do imposto específico t.

A perda de peso morto (DWL) provocada pela introdução do imposto é dada pela área cinza. Esta é igual a

$$DWL = t\frac{q^* - q^{**}}{2}$$

Substituindo q^* por (10) e q^{**} por (11), obtemos

$$DWL = t\frac{\frac{ad+bc}{b+d} - \frac{ad+bc-bdt}{b+d}}{2} = \frac{bdt^2}{2(b+d)}.$$

Portanto a perda de peso mordo do imposto depende apenas do valor do imposto específico, t, e das inclinações em relação ao eixo vertical da curva de demanda, d, e da curva de oferta, d. Dados esses valores a perda de peso morto será a mesma independentemente do preço inicial.

④ FALSO. Empregando a fórmula para a perda de peso morto ou, em outras palavras, a perda de excedente social, provocada pela introdução do imposto, deduzida no item anterior, podemos ver que a introdução do imposto causa uma perda de excedente social nula apenas nos casos particulares em que a inclinação em relação ao eixo vertical de uma das curvas seja igual a zero, ou seja, apenas nos casos em que $b = 0$ ou $d = 0$. No caso em que $b, d > 0$ essa perda será positiva.

Questão 4

Um consumidor, cuja função utilidade é dada por $U(x, y) = \sqrt{x} + y$ possui renda $R = \$2{,}5$. O preço do bem y é unitário e P representa o preço de x. O preço P inicialmente é vinte e cinco centavos e passa em um segundo momento para cinquenta centavos. Avalie as proposições:

⓪ Na situação inicial o consumidor alcança utilidade $U = 3$;

① No segundo momento a cesta consumida será $U(x, y) = (1{,}3)$;

② A variação compensadora (VC) é igual a vinte e cinco centavos, que devem ser dados ao consumidor após a mudança no preço;

③ A variação equivalente (VE) requer que se tire dinheiro do consumidor antes da variação no preço para que, neste caso, a utilidade se reduza em meia unidade;

④ Neste caso, as variações compensadora e equivalente são iguais ao excedente do consumidor.

Solução

Para responder essa questão, será útil derivar as funções de demanda e a função de utilidade indireta desse consumidor. Comecemos pelas funções de demanda. Essas são encontradas quando determinamos as quantidades de cada um dos bens que maximizam a utilidade do consumidor dada a restrição orçamentária $Px + y \leq R$ na qual P é o preço do bem x, o preço do bem y é 1 e R é a renda do consumidor. Como sabemos, as condições de máximo de primeira ordem para esse tipo de problema são a) o valor absoluto da taxa marginal de substituição deve ser igual à razão entre os preços dos bens x e y e b) a cesta escolhida deve estar sobre a linha de restrição orçamentária. O módulo da taxa marginal de substituição é

$$|TMS| = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Note que a TMS é decrescente em relação a x para qualquer valor positivo de x, e não depende de y. Isso indica que as preferências são estritamente quase côncavas. Assim, se uma cesta de bens com quantidades positivas de x satisfizer as condições de máximo de primeira ordem, ela também satisfará a condição de máximo de segunda ordem. As condições de máximo de primeira ordem, podem ser escritas como

$$\begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} = P \\ Px + y = R \end{cases}$$

Qualquer solução interior deve satisfazer essa duas equações. A solução da primeira delas, dá a demanda do bem x para o caso de uma solução interior:

$$x = \frac{1}{4P^2}.$$

Essa é a quantidade que será demandada do bem x caso ela seja compatível com a renda do consumidor, ou seja, caso

$$P \times \frac{1}{4P^2} = \frac{1}{4P} \leq R,$$

ou,

$$\frac{1}{4P^2} \leq \frac{R}{P},$$

Caso isso não ocorra, o consumidor deverá contentar-se em consumir R/P unidades do bem x. Desse modo, a função de demanda pelo bem x é dada por

$$x(P, R) = \min\left\{\frac{1}{4P^2}, \frac{R}{P}\right\}. \tag{12}$$

A demanda pelo bem y será dada pela razão entre o que sobra da renda do consumidor após adquirir a quantidade demandada do bem x e o preço do bem y que, no caso do presente exercício, é unitário:

$$y(P, R) = R - P\min\left\{\frac{1}{4P^2}, \frac{R}{P}\right\} = R - \min\left\{\frac{1}{4P}, R\right\}$$

o que equivale a

$$y(P, R) = \max\left\{0, R - \frac{1}{4P}\right\}. \tag{13}$$

Finalmente, a função de utilidade indireta é obtida substituindo as funções de demanda pelos bens x e y na função de utilidade do consumidor:

$$V = \sqrt{\min\left\{\frac{1}{4P^2}, \frac{R}{P}\right\}} + \max\left\{0, R - \frac{1}{4P}\right\} = \min\left\{\frac{1}{2P}, \sqrt{\frac{R}{P}}\right\} + \max\left\{0, R - \frac{1}{4P}\right\}$$

É mais conveniente apresentar essa função definida nos intervalos $R \geq 1/(4P)$ e $R < 1/(4P)$, conforme se segue:

$$V(P, R) = \begin{cases} \frac{1}{4P} + R & \text{caso } R \geq \frac{1}{4P} \\ \sqrt{\frac{R}{P}} & \text{caso } R < \frac{1}{4P} \end{cases} \tag{14}$$

⓪ FALSO. Aplicando $R = 2{,}5$ e $P = 0{,}25$ em (14), encontramos o nível de utilidade inicial:

$$V = \frac{1}{4 \times 0{,}25} + 2{,}5 = 3{,}5.$$

Note que, calculamos a utilidade do consumidor com base na primeira linha de (14), pois, no caso, $R = 2{,}5 > \frac{1}{4P} = 1$.

① FALSO. A cesta de bens informada tem custo $0{,}5 \times 1 + 1 \times 3 = 3{,}5$ superior à renda do consumidor. Portanto, não pode ser a cesta de bens demandada. Com isso, já poderíamos concluir que a afirmação é falsa. Caso queira, as quantidades demandadas podem ser encontradas, aplicando $R = 2{,}5$ e $P = 0{,}5$ nas equações (12) e (13):

$$x = 1$$

e

$$y = 2$$

② FALSO. Empreguemos a seguinte definição da variação compensatória (ou compensadora):

$$V(P^1, R - VC) = V(P^0, R)$$

na qual P^0 é o preço inicial, no caso dessa questão, igual a \$$0{,}25$ por unidade do bem x e P^1 é o preço final, no caso dessa questão, igual a \$$0{,}50$ por unidade do bem. Note que, como houve um aumento no preço do bem x, a variação compensatória deve ser necessariamente negativa, de tal sorte que, como

$$R = 2{,}5 => \frac{1}{2} = \frac{1}{4 \times 0{,}5} = \frac{1}{4P^1},$$

$$R - VC > \frac{1}{4P^1},$$

O que indica que não haverá solução de canto após a aplicação da variação compensatória. Assim, empregado a fórmula da função de utilidade indireta em (14), a variação compensatória pode ser calculada conforme se segue:

$$\frac{1}{4P^1} + R - VC = \frac{1}{4P^0} + R$$
$$VC = \frac{1}{2P^1} - \frac{1}{2P^0}$$

Usando $P^1 = 0{,}5$ e $P^0 = 0{,}25$, obtemos

$$VC = -0{,}5.$$

Isso indica que, para compensar o consumidor pelo aumento no preço do bem x, é necessário que o consumidor receba $\$0{,}50$ após o aumento no preço.

③ VERDADEIRO. Caso você tenha percebido que a função de utilidade de nosso consumidor é quase linear e se lembre que, para tal tipo de função, as variações compensatória e equivalente são iguais, então concluirá que, com base na medida da variação compensatória calculada no item anterior,

$$VE = -0{,}5.$$

Isso significa que o aumento no preço do bem x gera, para nosso consumidor, uma perda de bem estar equivalente a uma redução de $\$0{,}50$ em sua renda.

Caso não se lembre disso, você precisará calcular a variação equivalente. Para tal, usemos a definição

$$V(P^0, R + VE) = V(P^1, R).$$

Assuma que a variação equivalente, ainda que negativa, tenha um valor absoluto pequeno o suficiente para garantir que, após a aplicação dessa variação na renda do consumidor, seu equilíbrio não seja de canto, ou seja, um valor suficiente para fazer

$$\frac{R + VE}{P^0} > \frac{1}{4P^0},$$

o que implica,

$$\frac{2{,}5 + VE}{0{,}25} > 1 \Rightarrow VE \geq -2{,}25.$$

Nesse, caso, usando (14), podemos calcular a VE conforme se segue:

$$\frac{1}{4 \times 0{,}25} + 2{,}5 - VE = \frac{1}{4 \times 0{,}5} + 2{,}5$$
$$VE = -0{,}5.$$

Como $VE = -0{,}5 > -2{,}25$, nossa hipótese inicial de que mesmo após a aplicação da variação equivalente, o equilíbrio do consumidor não configura solução de canto, foi corroborada e, consequentemente, podemos estar certos que, efetivamente $VE = -0{,}5$.

④ VERDADEIRO. Basta notar que a função de utilidade é quase linear em y. Isso implica, como sabemos, desde que não haja solução de canto, a igualdade entre a VE e a VC associadas a uma mudança no preço de x. Além, disso, nos dois últimos itens, pudemos verificar esse igualdade, pois obtivemos $VC = VE = -0{,}5$.

Questão 5

Com relação à demanda, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

⓪ A elasticidade preço da demanda não é definida quando uma curva de demanda linear intercepta o eixo da quantidade;

① A elasticidade preço da demanda será estritamente superior a 1 para quantidades entre o ponto médio de uma curva de demanda linear e o ponto onde ela intercepta o eixo das quantidades;

② Não há pontos em uma curva de demanda linear que apresentem elasticidade preço infinita;

③ Não há pontos em uma curva de demanda linear que sejam perfeitamente preço- inelásticos;

④ Os bens são ditos substitutos quando a elasticidade preço cruzada da demanda é negativa.

Solução

⓪ FALSO. A elasticidade preço da demanda de um bem i qualquer é dada pela fórmula

$$\epsilon = \frac{\partial}{\partial p_i} x_i(\mathbf{p}, R) \times \frac{p_i}{x_i(\mathbf{p}, R)},$$

na qual R é a renda do consumidor, $\mathbf{p}$ é o vetor de preços, e $x_i(\mathbf{p}, R)$ é a função de demanda pelo bem i. As condições para que ela seja definida são a) a função de demanda deve ser diferenciável e b) a quantidade demandada deve ser diferente de zero. Isso significa que a função de demanda não é definida no ponto em que a curva de demanda intercepta o eixo do preço, não da quantidade.

① FALSO. Na verdade, a elasticidade preço da demanda para uma curva de demanda linear é, em módulo, maior do que 1, no trecho da curva entre seu ponto médio e o ponto em que cruza o eixo dos preços. Segue uma explicação.

Se a curva de demanda é linear, ela pode ser expressa por uma função tal como:

$$x = a - bp$$

na qual a e b são constantes positivas, p é o preço de demanda e x é a quantidade demandada. A curva de demanda, cruza o eixo do preço quando $p = a/b$ e o eixo das quantidades quando $x = a$. A elasticidade preço da demanda será dada pela expressão

$$\epsilon = \frac{dx}{dp}\frac{p}{x} = -b\frac{p}{a - bp} = -\frac{p}{\frac{a}{b} - p}. \tag{15}$$

O numerador dessa expressão corresponde à distância entre o preço e a origem. O denominador corresponde à distância entre o preço no cruzamento da curva de demanda com o eixo vertical a/b e o preço correspondente ao ponto da curva de demanda para o qual se pretende calcular a elasticidade preço. Assumindo $a/b > p > 0$, temos que, quando $p > a/b - p$, a demanda é elástica, pois seu módulo, igual a $p/(a/b - p)$ será maior do que 1. Isso ocorre quando o preço está mais próximo do preço que zera a demanda do que de zero, isso é, quando o ponto considerado sobre a curva de demanda linear está acima de seu ponto médio. Quando, ou contrário, $p < a - bp$, o módulo da elasticidade preço da demanda será inferior a 1. Tal módulo será exatamente igual a 1 quando $p = (a/b) - p$. A figura 2 ilustra tais resultados. Assim, ao contrário do que é afirmado a elasticidade preço da demanda é, em módulo, superior a 1 no trecho entre o ponto médio da curva de demanda e o ponto no qual ela cruza o eixo *do preço*. No trecho entre o ponto médio da curva de demanda o e ponto no qual ela cruza o eixo da quantidade, essa elasticidade é, em módulo, menor do que 1.

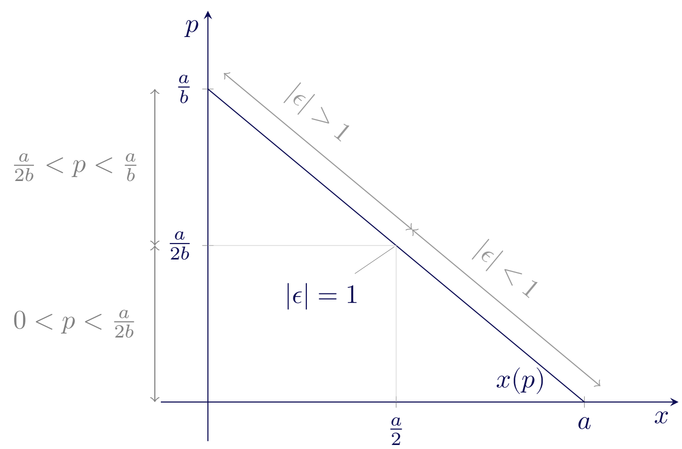


Figura 2: Elasticidade preço ao longo de uma curva de demanda linear.

② FALSO. De acordo com a expressão (15), na medida em que se aproxima pela direita do ponto de cruzamento da curva de demanda com o eixo do preço, a elasticidade preço de uma curva de demanda linear atinge valores absolutos ilimitadamente mais elevados. Desse modo, pode-se dizer que, nesse ponto de cruzamento com o eixo do preço, a curva de demanda tem elasticidade preço infinita, ou, mais corretamente, que a elasticidade preço da demanda tende a infinito quando o preço se aproxima por baixo do preço que zera a quantidade demandada.

③ FALSO. Novamente considerando (15), no ponto da curva de demanda linear correspondente a $p = 0$, ou seja, no ponto de cruzamento dessa curva com o eixo da quantidade, a elasticidade preço da demanda é nula e, portanto, nesse ponto, a demanda é perfeitamente preço inelástica.

④ FALSO. Quando a elasticidade preço cruzada da demanda de um bem em relação ao preço de outro bem é negativa, dizemos que o primeiro é um complementar (bruto) do segundo. O primeiro é considerado substituto do segundo quando a referida elasticidade preço cruzada é positiva.

QUESTÃO 6

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras:

⓪ O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo;

① O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio;

② O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo;

③ A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável;

④ Avanços tecnológicos anulam a operação da lei dos rendimentos marginais decrescentes.

Solução

⓪ VERDADEIRO, desde que se considere que o ponto de produção máxima se dá com um emprego positivo do fator de produção variável considerado e que, nesse ponto, a função de produção seja diferenciável. Nesse caso, o ponto de produção máxima é um máximo interno e a condição de máximo de primeira ordem, segundo a qual as derivadas parciais da função de produção em relação a cada fator de produção variável são iguais a zero, deve ser atendida. Como essas derivadas parciais são precisamente, os produtos marginais dos fatores variáveis de produção, no ponto de produção máxima, o produto marginal de cada um deles deve ser igual a zero.

① FALSO. Se o produto marginal de um fator de produção é maior do que seu produto médio, o primeiro "puxa" o segundo para cima quando a quantidade empregada do fator de produção aumenta e, portanto, o produto médio deve ser crescente. Mais formalmente, se a função de produção é $y = f(\mathbf{x})$, na qual y é o total produzido e $\mathbf{x}$ é o vetor de insumos, o produto médio do insumo i é

$$PM_i = \frac{f(\mathbf{x})}{x_i}$$

em que x_i é a quantidade empregada desse insumo. Caso seja diferenciável, produto médio será crescente ou decrescente caso sua derivada em relação a x_i seja, respectivamente, positiva ou negativa. Essa derivada é dada por

$$\frac{\partial PM_i}{\partial x_i} = \frac{d}{dx_i}\frac{f(\mathbf{x})}{x_i} = \frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i}x_i - f(\mathbf{x})}{{x_i}^2} = \frac{\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} - \frac{f(\mathbf{x})}{x_i}}{x_i} = \frac{PMg_i - PM_i}{x_i} \tag{16}$$

em que, PMg_i é o produto marginal do insumo i e PM_i é o produto médio desse insumo. Assim, desde que o emprego do insumo i seja positivo, caso seu produto marginal seja superior a seu produto médio, o último será crescente e, caso o produto marginal seja inferior ao produto médio, este será decrescente.

② VERDADEIRO, desde que se considere que, no ponto de produto médio máximo o produto marginal seja definido. Nesse caso, quando o produto médio é máximo, a condição de máximo de primeira ordem, qual seja, de que a derivada do produto médio em relação ao emprego do fator de produção considerado seja igual a zero, deve ser atendida. Empregando a expressão (16) derivada no item anterior, vemos que a condição para que essa derivada seja igual a zero é $PMg_i = PM_i$.

③ FALSO. Recomendamos que essa questão seja deixada em branco em virtude do fato de que o texto do item é bastante vago. A rigor, a afirmação é falsa, pelas razões que se seguem. Suponha, como contra exemplo uma função de produção com a forma:

$$y = x^{\alpha}q(x)$$

Na qual y é a quantidade produzida, x é a quantidade empregada do único insumo variável, α é uma constante positiva, e $q(x)$ é uma função diferenciável que descreve a qualidade média desse insumo. Mais especificamente, considere o caso em que $q(x) = x^{-\beta}$, em que β é também uma constante real, de tal sorte que a função de produção pode ser escrita como

$$y = x^{\alpha}x^{-\beta} = x^{\alpha-\beta}.$$

Nesse caso o rendimento marginal do fator variável será

$$\frac{d}{dx}x^{\alpha-\beta} = (\alpha-\beta)x^{\alpha-\beta-1}$$

Os rendimentos marginais serão decrescentes apenas quando essa função for decrescente o que somente ocorrerá caso $\alpha < \beta + 1$. A hipótese de que a qualidade do insumo é decrescente equivale em, nosso exemplo, a assumir que $\beta > 0$. Ora, ainda que se assuma isso, a lei dos rendimentos marginais decrescentes só estará garantida caso $\alpha \leq 1$. Caso contrário, desde que $\alpha > beta + 1$, os rendimentos marginais do insumo variável podem ser crescentes.

④ FALSO. Um avanço tecnológico é uma mudança na função de produção. Nada garante que, após essa mudança, deixe de prevalecer a lei dos rendimentos marginais decrescentes. Por exemplo, imagine que, originalmente, a função de produção seja $y = \ln x$ na qual y é a quantidade produzida e x é a quantidade empregada do único fator variável de produção. A produtividade marginal do fator variável é $1/x$, claramente decrescente. Um avanço tecnológico pode fazer com que a nova função de produção passe a ser $y = 2 \ln x$. Nesse caso, a produtividade marginal do fator variável de produção passa a ser $2/x$, e continua sendo decrescente, de tal sorte que a lei dos rendimentos marginais decrescentes não foi anulada.

Questão 7

Uma firma apresenta função de produção dada por $Y(K,L) = aK^\alpha L^\beta$. Julgue as afirmativas, considerando constantes os preços do produto e dos dois insumos:

⓪ Se $A = 1$, $\alpha = \beta = 0{,}25$, então o produto marginal do trabalho será decrescente e a curva de custo total de longo prazo será convexa em relação à origem;

① Se $A = 2$, $\alpha = \beta = 0{,}5$, então qualquer plano radial que corta a função de produção, mantendo-se qualquer proporção capital-trabalho constante, resultará em cortes que são linhas retas;

② Se $A = 1$, $\alpha = \beta = 0{,}75$, então a curva de custo total no curto prazo será côncava em relação à origem, como também a função custo total no longo prazo;

③ Se $A = \alpha = \beta = 1$, então o custo marginal do capital no curto prazo será linear e a curva de custo médio de longo prazo será decrescente;

④ Se $A = 1$ e $\alpha = \beta = 1{,}25$, então o custo marginal no curto prazo será crescente e as curvas de isoquantas não serão convexas.

Solução

⓪ VERDADEIRO com alguma ambiguidade. Trata-se de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, para a qual sabemos que a) o produto marginal do um fator de produção será decrescente, constante ou crescente em relação ao emprego desse fator caso o seu expoente seja positivo e, respectivamente, menor, igual ou maior do que 1. Portanto, como o expoente do fator trabalho (L) é menor do que 1, podemos afirmar que o produto marginal do trabalho é decrescente em relação ao emprego desse fator.

Além disso, também sabemos que a função de produção Cobb-Douglas apresenta rendimentos crescentes, constantes ou decrescentes de escala conforma a soma dos expoentes dos fatores de produção ($\alpha + \beta$) seja, respectivamente, maior, igual ou menor do que 1. Assim, sendo $\alpha = \beta = 0{,}25$, $\alpha + \beta = 0{,}5 < 1$ e a função de produção apresenta rendimentos decrescentes de escala. Como funções de produção com rendimentos decrescentes de escala geram funções de custo crescentes a taxas crescentes, a curva de custo deve ser convexa abaixo.

A ambiguidade do exercício resulta do uso da expressão "convexa em relação à origem". A rigor, não faz sentido falar que uma curva que passa pela origem é convexa em relação a ela. Assim, a rigor, o item deveria ser considerado FALSO. Parece-nos todavia, que houve apenas um uso indevido da expressão "convexa em relação à origem" e que o que o examinador efetivamente queria dizer é que a curva de custo total de longo prazo é "convexa abaixo", ou seja, "côncava acima".

① VERDADEIRO. Caso, $\alpha = \beta = 0{,}5$, $\alpha + \beta = 1$, o que implicará rendimentos constantes de escala. Quando a razão capital trabalho é mantida constante, qualquer variação no emprego de um fator de produção é acompanhada de variação proporcionalmente equivalente no emprego do outro fator de produção. Quando os dois fatores de produção variam na mesma proporção e a função de produção apresenta rendimentos constantes de escala, a função de produção também varia nessa proporção.

② FALSO. Caso $\alpha = \beta = 0{,}75$, considerando-se que o fator fixo seja K, por ser $\beta < 1$, a função de custo de curto prazo será crescente a taxas crescentes e, portanto, a curva de custo de curto prazo será convexa abaixo. No longo prazo, efetivamente, como $\alpha + \beta = 1{,}5 > 1$, a função de produção apresentará rendimentos crescentes de escala e, consequentemente, a função de custo será crescente a taxas decrescentes em relação à quantidade produzida e a curva de custo será côncava abaixo. Note que aqui novamente, há uma certa ambiguidade gerada pelo uso das expressões "convexa em relação à origem" e "côncava em relação à origem".

③ AMBÍGUO. O gabarito dá VERDADEIRO. Se $\alpha = \beta = 1$, a função de produção é $Y(K, L) = KL$. Como a soma dos dois coeficientes é maior do que 1, haverá rendimentos crescentes de escala e, consequentemente, economias de escala. Isso significa que o custo médio de longo prazo será decrescente em relação à quantidade.

A ambiguidade reside no uso da expressão "custo marginal do capital no curto prazo". No contexto do exercício, essa expressão pode significar o custo marginal de contratação do capital ou o impacto marginal de uma variação no emprego desse fator sobre o custo de curto prazo, dado pela derivada da função de custo de curto prazo em relação a K.

Se considerarmos a primeira interpretação, o custo marginal do capital será dado pela expressão

$$CMg_k = \frac{d}{dK} rK$$

na qual r é o preço de uma unidade de capital. Se a empresa for tomadora de preços no mercado de insumo, então, o custo marginal da contratação do capital erá constante e igual a r, e será, portanto, uma função linear.

Na segunda interpretação, devemos, inicialmente considerar que, no curto prazo, a demanda condicional do fator trabalho é

$$L(Y, K) = \frac{Y}{K}.$$

Assumindo que a empresa seja tomadora de preços nos mercados dos insumos e notando por r e w os preços de contratação do capital e do trabalho, respectivamente, a função de custo de curto prazo será:

$$C(Y, K) = wL(Y, K) + rK = w\frac{Y}{K} + rK.$$

O custo marginal do capital, segundo esse interpretação será, portanto:

$$\frac{\partial}{\partial K}c(Y, K) = r - w\frac{Y}{K^2},$$

o que é uma função linear em Y, mas não linear em K.

④ FALSO. Como $A = 1$ e $\alpha = \beta = 1{,}25$, a função de produção é $Y(K, L) = K^{1{,}25}L^{1{,}25}$. A demanda condicional de curto prazo de trabalho será

$$L(Y, K) = \frac{Y^{4/5}}{K},$$

e a função de custo de curto prazo será dada por

$$C(Y, K) = w\frac{Y^{4/5}}{K} + rK.$$

O custo marginal será, portanto dado por

$$CMg(Y, K) = \frac{\partial}{\partial Y}C(Y, K) = \frac{4}{5}w\frac{Y^{-1/5}}{K}.$$

Essa função é decrescente em relação a Y.

Além disso, as curvas de isoquanta de uma função Cobb-Douglas são sempre convexas em relação à origem, independentemente dos coeficientes assumidos, desde positivos.

QUESTÃO 8

Com relação a um mercado perfeitamente competitivo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras:

⓪ Uma firma típica considerará os seus custos irrecuperáveis ao definir a quantidade ótima a ser produzida;

① Uma firma típica encerrará suas atividades no curto prazo se o preço for igual ao custo variável médio;

② A hipótese de produtos homogêneos não é relevante para que haja um preço único de equilíbrio no mercado;

③ A hipótese de ausência de custos de transação na efetivação da demanda dos consumidores é importante para evitar que algum produtor usufrua de poder de mercado e comprometa o caráter perfeitamente competitivo do setor;

④ Dispêndios elevados com pesquisa e desenvolvimento de novos produtos podem comprometer a hipótese de livre mobilidade dos fatores de produção.

Solução

⓪ FALSO. Em sua decisão de quanto produzir, a firma maximizadora de lucro deve considerar apenas os custos afetados pelo nível de produção. Os custos irrecuperáveis não são afetados pela decisão corrente de quanto produzir e, portanto, não devem ser considerados.

① FALSO. Se o preço for igual ao custo variável médio, a empresa será capaz de produzir com excedente do produtor nulo. Isso a deixará indiferente entre produzir ou não. Não é correto, portanto, afirmar que ela deixará de produzir.

② FALSO. Se houver um equilíbrio com produto não homogêneo, é provável que haja produtos mais desejados pelos consumidores. Estes deverão ser vendidos a um preço mais elevado.

③ VERDADEIRO. Caso haja custos de transação envolvidos na venda de um produto, e estes custos de transação sejam diferentes para produtores diferentes, produtores para os quais o custo de transação é menos elevado passam a usufruir poder de monopólio e podem praticar preço diferente do que seria praticado em concorrência perfeita.

4. VERDADEIRO. A irreversibilidade dos investimentos em pesquisa e desenvolvimento impede a livre saída de capitais investidos com essa finalidade e, por definição comprometendo a saída de capitais do setor.

Questão 9

No Modelo de Liderança-preço, a firma líder escolhe o preço que deseja cobrar, levando em conta em sua decisão o fato de que a empresa seguidora agirá como tomadora de preços ao maximizar seu próprio lucro. A demanda inversa enfrentada pelas firmas é $P = 100 - Q_t$, sendo Q_t a produção conjunta das duas firmas. Se as funções custo marginal da seguidora e da líder forem representadas respectivamente por $CMg_S = 4Q$ e $CMg_L = 0{,}4Q$, então:

⓪ A firma líder, ao cobrar mais caro, além de reduzir a demanda total, observa parcela maior da demanda atendida pela rival;

① A firma seguidora age como monopolista, levando em conta a função de demanda residual para o cálculo da sua receita marginal;

② A função demanda residual inversa é dada por $P(q) = 80 – 0{,}8Q$;

③ O preço escolhido pela líder será $P = \$48$;

④ A firma seguidora produzirá $Q = 16$.

Solução

Vale a pena resolver o modelo antes de considerar cada item individual. Primeiramente, determinemos a função de demanda não invertida:

$$Q_t(P) = 100 - P.$$

A função de oferta da seguidora é encontrada igualando o seu custo marginal ao preço do produto:

$$4Q_s = P \Rightarrow Q_s(P) = \frac{P}{4}, \tag{17}$$

na qual Q_s é a quantidade produzida pela seguidora. A demanda residual da empresa líder é, portanto:

$$Q_l(P) = Q_t(P) - Q_s(P) = 100 - P - \frac{P}{4} = 100 - \frac{5}{4}P.$$

Para determinar a receita marginal da líder, inicialmente invertemos a função de demanda líquida:

$$P = 80 - \frac{4}{5}Q_l. \tag{18}$$

A receita marginal da líder é a receita marginal associada a essa função de demanda:

$$P = 80 - \frac{8}{5} Q_l.$$

Sua produção ótima é obtida ao igualar-se tal receita marginal a seu custo marginal:

$$RMg_l = CMg_l \Rightarrow 80 - \frac{8}{5} Q_l = 0{,}4 Q_l \Rightarrow Q_l = 40. \tag{19}$$

Substituindo esse valor em (18), obtemos o preço a ser anunciado pela líder

$$P = 48. \tag{20}$$

Por fim, substituindo esse preço em (17), encontramos a quantidade produzida pela seguidora

$$Q_s = 12. \tag{21}$$

⓪ FALSO. Comparando (20) e (21), vemos que a empresa líder deverá atender a 80% da demanda total.

① FALSO. É a empresa *líder* que age como monopolista, levando em conta a função de demanda residual para o cálculo de sua receita marginal. A empresa seguidora se comporta como simples tomadora de preço.

② VERDADEIRO. A função informada é igual à função (18).

③ VERDADEIRO. O valor informado é o valor que encontramos em (20).

④ FALSO. Conforme (21), a quantidade produzida pela seguidora será $Q_s = 12$.

Questão 10

Com relação à Teoria das Externalidades, é correto afirmar:

⓪ Quando uma atividade produz externalidades positivas, o nível eficiente de produção é alcançado quando o benefício marginal social é igual ao custo marginal da atividade;

① Quando o governo possui informações limitadas sobre os custos e os benefícios resultantes da redução da emissão de um poluente, e quando a curva de custo marginal social for muito inclinada e a curva de custo marginal da redução é plana, a imposição de um limite legal à quantidade de poluente que pode ser emitido é preferível a uma taxa sobre a emissão;

② Se as empresas poluidoras possuem processos produtivos diferentes e diferentes custos de redução de emissões, taxas sobre a quantidade de poluente emitida podem ser preferíveis à imposição de um limite;

③ Externalidades de difusão não geram falhas de mercado;

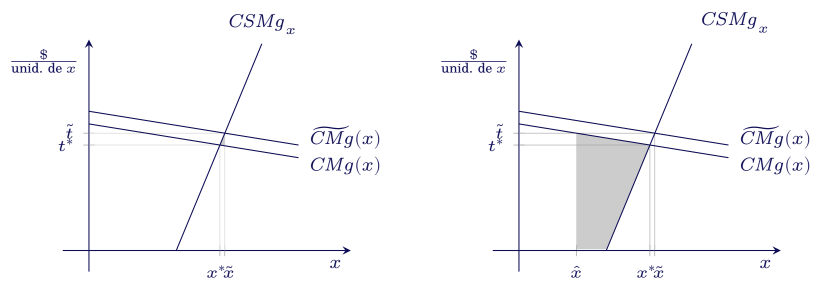
④ Mesmo que não haja intervenção governamental para a reciclagem do lixo, alguma reciclagem poderá ocorrer se os preços dos materiais novos forem muito elevados em relação ao material reciclado.

Solução

⓪ VERDADEIRO. De um modo geral, o nível eficiente de produção de qualquer atividade é obtido igualando-se o custo social marginal dessa atividade ao benefício social marginal de seu produto. Como a atividade envolve apenas externalidades positivas, o custo social marginal e o custo marginal (privado) são iguais, de tal sorte que a condição de eficiência reduz-se à igualdade entre o custo marginal e o benefício social marginal.

① VERDADEIRO, desde que a expressão "curva plana" em "a curva de custo marginal da redução é plana", seja entendida como "uma curva pouco inclinada" ou "uma curva horizontal".[3]. A Figura 3 mostra uma

[3] Esse não é o significado que usualmente se atribui à expressão. O significado usual de "curva plana" é o de uma curva que está inteiramente contida em um plano Veja, por exemplo, http://mathworld.wolfram.com/PlaneCurve.html, ou, para uma referência em português https://pt.wikipedia.org/wiki/Curva_plana.



(a) Limite à quantidade de poluente (b) Imposto sobre emissão de poluente

Figura 3: Políticas alternativas de controle da poluição.

possível curva de custo social marginal da poluição, $CSMg(x)$, com elevada inclinação e uma curva de custo marginal de redução da poluição $CMg(x)$. O nível efeiciente de poluição é x^* e ele pode ser atingido através de uma política que diretamente restringe a emissão do poluente a esse nível, ou através de uma política que imponha uma taxa pigouviana igual a t^* por unidade de polente emitida. Suponha que o governo conheça a curva de custo marginal social da poluição, mas apenas possa estimar a curva de custo marginal de redução da poluição. Ao fazer essa estimativa, ele comete um pequeno erro e estima a curva $\widetilde{CMg}(x)$ e, consequentemente, avalia que o nível eficiente de poluição é $\tilde{x}$ e que esse nível de poluição pode ser atingido com uma taxa pigouviana de $\tilde{t}$ por unidade de poluição emitida.

Caso o governo estabeleça que o nível máximo de poluição emitido seja igual a $\tilde{x}$, a quantidade de poluição diferirá pouco da quantidade ótima e a perda de peso morto decorrente do excesso de poluição será dada pela pequena área em cinza na Figura 3(a). Caso, ao contrário, o governo estabeleça a taxa pigouviana no valor $\tilde{t}$, a quantidade total de poluição emitida será $\hat{x}$, significativamente inferior à quantidade ótima, e a perda de peso morto gerada será dada pela área cinza na Figura 3(b).

② VERDADEIRO. As taxas sobre as quantidades de poluentes emitidas pelas empresas fazem com que empresas reduzam sua poluição até o ponto em que os custos marginais das empresas em realizar essa redução se igualem. Essa é uma condição para garantir que a redução de poluição se dê a um custo mínimo.

③ FALSO. Externalidades de difusão, também conhecidas como externalidades de rede, ocorrem quando as preferências de um consumidor dependem do número de outros consumidores que consomem um determinado bem. Por exemplo, um consumidor valorizará mais uma linha telefônica, quanto maior for o número de outras pessoas que possuam uma linha telefônica. Externalidades de difusão podem gerar significativas falhas de mercado ao gerar um equilíbrio no qual a maioria dos consumidores adquirem um produto, apenas porque ele é usado pela maioria dos consumidores, mas estariam melhores se todos trocassem esse produto por um substituto considerado superior. Por exemplo, os softwares que usamos em nossos computadores podem não ser os mais eficientes tecnicamente, mas nós preferimos usá-los porque eles são compatíveis com os mesmos softwares empregados por outas pessoas, o que facilita a troca de arquivos e o trabalho comum.

④ VERDADEIRO. Se as empresas tomam suas decisões baseadas no objetivo de maximizar seu lucro, elas obterão a matéria prima de que necessitam através do processo de reciclagem desde que o custo de obtenção dessa matéria prima por esse processo seja inferior ao custo de obtenção da mesma matéria prima através de outras fontes.

Questão 11

Com relação aos problemas de assimetria de informação, indique quais entre as afirmativas abaixo estão corretas:

⓪ Seleção adversa diz respeito a uma ação não observável;

① Problemas morais dizem respeito a características não observáveis;

② Quando empresas de seguros reúnem informações sobre demandantes de seguros, diz-se que elas estão fazendo screening;

③ Certificações de produtos são uma forma de reduzir o “problema dos limões” decorrente de seleção adversa;

④ Seguros com cobertura universal obrigatória podem ser uma forma de prevenir seleção adversa.

Solução

⓪ FALSO. O processo de seleção adversa está relacionado à incapacidade de uma das partes de observar características da outra parte. Nesse sentido, ele está relacionado aos assim chamados problemas de tipo oculto e não aos chamados problemas de ação oculta.

① FALSO. Os problemas de *moral hazard* estão relacionados a incapacidade de uma das partes do contrato de observar as ação de outra parte. Portanto, são problemas associados à existência de ações ocultas e não de tipo ou características ocultas.

② VERDADEIRO. Screening é o processo através do qual as empresas de seguro procura minimizar as assimetrias de informação relativas às características dos segurados.

③ VERDADEIRO. A certificação de um produto pode, sob certas circunstâncias servir como um sinalizador, isto é um mecanismo que permite os detentores de produtos com características desejáveis mostrar que seu produto efetivamente possui essas características. Isso ocorrerá desde que a certificação seja impraticável ou muito custosa para os detentores do mau produto, mas obtida a baixo custo pelos detentores do bem produto.

④ FALSO. A obrigatoriedade de cobertura universal em um seguro faz com que seu custo aumente, pois a empresa seguradora deverá fazer provisão para uma quantidade maior de sinistros do que faria caso a cobertura não fosse obrigatoriamente universal. O custo mais elevado estimula os potenciais segurados de baixo risco a não fazer o seguro, de tal sorte que a participação das pessoas de baixo risco no total de segurados tende a ser menor do que a participação de pessoas da baixo risco na população em geral.

Questão 12

Uma firma é monopolista no mercado do bem (Y), que produz contratando trabalho (L) em um mercado competitivo. A demanda de mercado pelo bem é $Y = 100 - P$, a função de produção é dada por $Y(L) = \sqrt{L}$, sendo L a quantidade de trabalho empregado e $w = \$24$ o salário por unidade de L. Avalie:

⓪ A curva da receita marginal do trabalho, dada pela multiplicação do produto marginal do trabalho pela receita marginal do bem, fica sempre acima da curva que representa o valor do produto marginal do trabalho, dada pela multiplicação do preço pelo produto marginal do trabalho;

① A função receita marginal do trabalho é dada por $RMg_L = \frac{50}{\sqrt{L}} - 2$;

② A firma maximizadora de lucros emprega quatro unidades de trabalho;

③ O preço de Y será $p = \$96$;

④ Como a firma é monopolista, o valor marginal de uma unidade de trabalho é menor do que caso fosse uma firma competidora, embora a quantidade total de trabalho valha mais para a firma monopolista.

Solução

⓪ FALSO. Como a receita marginal de um monopolista é menor do que seu preço de demanda e como o produto marginal do trabalho é positivo. Multiplicando-se este último pela receita marginal da empresa devemos obter uma valor inferior ao que obteríamos multiplicando o mesmo produto marginal pelo preço de mercado ao qual ele é vendido. Desse modo, a curva de valor do produto marginal do trabalho deve ficar acima da curva de receita marginal do trabalho.

① FALSO. A produtividade marginal do trabalho é dada por

$$PMg_L = \frac{d}{dL}Y = \frac{d}{dL}\sqrt{L} = \frac{1}{2\sqrt{L}}.$$

Invertendo a função de demanda obtemos

$$P(Y) = 100 - Y$$

Na qual $P(Y) = 100 - Y$ é a função que informa o preço máximo que a epresa pode cobrar caso queira vender Y unidades de seu produto. A receita total da empresa em função da quantidade produzida é, assim,

$$RT(Y) = P(Y)Y = 100Y - Y^2.$$

E sua receita marginal é

$$RMg(Y) = \frac{d}{dY}RT(Y) = 100 - 2Y.$$

A receita marginal do trabalho (RMg_L) é dada pelo resultado da multiplicação do produto marginal desse fator de produção pela receita marginal da empresa:

$$RMg_L = PMg_L \times RMg = \frac{100 - 2Y}{2\sqrt{L}}.$$

Como, pela função de produção, $Y = \sqrt{L}$,

$$RMg_L = \frac{100 - 2\sqrt{L}}{2\sqrt{L}} = \frac{50}{\sqrt{L}} - 1.$$

② VERDADEIRO. A firma maximizadora de lucro deve contratar a quantidade de trabalho que iguala a receita marginal do trabalho ao seu preço, ou seja, deve escolher L, de modo a fazer

$$\frac{50}{\sqrt{L}} - 1 = 24 \Rightarrow L = 4.$$

③ FALSO. Se $L = 4$, $Y = \sqrt{L} = 2$, e $P = 100 - Y = 98$.

④ IMPRECISO. O gabarito dá verdadeiro. Recomendo que se evite responder um item como esse.

Há, ao menos, dois pontos mal esclarecidos nessa afirmação. O primeiro deles é o que deve ententer-se pelo termo "valor". O segundo é sob que condições deve ser feita a comparação entre a empresa em concorrência perfeita e a empresa monopolista: quando as duas empresas e seus respectivos mercados estão em equilíbrio? Quando as duas empresas produzem a mesma quantidade? Nesse último caso, que preço do produto deverá ser considerado para uma empresa em concorrência perfeita?

Na minha avaliação o enunciado não esclarece suficientemente esses pontos. Assim, responderei de acordo com minha interpretação. Primeiramente, entenderei como valor do trabalho o valor que pode ser gerado pelo seu emprego. Tal valor pode ser pensado do ponto de vista social ou do ponto de vista da empresa. No primeiro caso, o valor do trabalho é o excedente social, líquido de todos os custos exceto o custo do trabalho, associado ao produto gerado por esse fator de produção. No segundo caso, ou seja, avaliado sob o ponto de vista de empresa, o valor do trabalho é dado pela receita da empresa que pode ser atribuída ao emprego desse fator de produção. Tal receita equivale à disposição máxima da empresa a pagar por essa quantidade do fator de produção quando a alternativa é não contratá-lo em absoluto, visto que, pagando menos do que esse valor, a empresa tem um ganho positivo, pagando exatamente esse valor, a empresa não ganha nem perde e, pagando mais do que esse valor, a empresa tem um ganho líquido negativo. Acredito que o enunciado sugere que o valor do trabalho deva ser medido do ponto de vista da empresa, pois ele sugere a comparação desse valor para a firma monopolista relativamente ao mesmo valor para a firma em concorrência perfeita.

De acordo com essa interpretação, o "valor marginal de uma unidade de trabalho" para uma determinada empresa é a assim chamada receita marginal do trabalho. Para deixar as coisas um pouco mais claras, assuma que o trabalho seja o único fator de produção empregado por uma determinada empresa. Seja $y = f(\ell)$ a função de produção dessa empresa na qual y é o total produzido e ℓ é a quantidade empregada de trabalho. Seja tabém $p(y)$ a função de demanda inversa pelo produto da empresa individual, de tal sorte que, para um empresa monopolista, essa função, que denotaremos no caso por $p_m(y)$, é monotonicamente decrescente e, para uma empresa em concorrência perfeita, essa função é $p_c(y) = p^*$ em que p^* é o preço de mercado do produto o qual a empresa em concorrência perfeita considera que não é afetado por sua decisão de produção. De acordo com minha interpretação, o valor da quantidade de trabalho que uma empresa emprega é dado pela receita de seu produto $RT(y) = p(y) \times y$[4] e o valor marginal do emprego do trabalho é dado pelo impacto marginal desse emprego sobre essa receita, conhecido como "receita marginal do fator de produção" ou "receita do produto marginal do fator de produção", que abreviaremos aqui por RMg_ℓ:

$$RMg_\ell = \frac{dRT(y)}{d\ell} = \frac{dRT}{dy}\frac{dy}{d\ell}.$$

$dRT(y)/dy$ é a chamada receita marginal da empresa, denotada por RMg e $dy/d\ell = f'(\ell)$ é o produto marginal do fator trabalho, $PMg(\ell)$. Assim, a receita marginal do trabalho pode ser reescrita como

$$RMg_\ell(\ell) = RMg(y)PMg(\ell).$$

[4]Essa expressão só define o valor do trabalho para uma empresa com um único fator de produção. Para uma empresa com mais de um fator de produção, a medida do valor total de um fator isolado é ambígua, embora se possa usar definição semelhante para o valor do emprego combinado de diversos fatores.

Essa é a expressão do valor marginal do trabalho tanto para uma empresa em concorrência perfeita quanto para uma empresa monopolista. A diferença entre as duas empresas reside no fato de que para a primeira a receita marginal é igual ao preço de mercado, p^*, o qual a empresa considera incapaz de afetar através de sua decisão de produção e, para a segunda, a receita marginal é dada por

$$RMg(y) = \frac{d}{dy}RT(y) = p_m(y) + y\frac{dp_m(y)}{dy}.$$

Sendo $dp_m/dy < 0$, a conclusão que obtemos é que, para uma empresa monopolista, a receita marginal é menor do que o preço de demanda por seu produto: $RMg(y) < p_m(y)$. Esse resultado implica uma importante diferença entre os valores marginais do trabalho para uma empresa monopolista e para uma empresa em concorrência perfeita. Para esta última, o valor marginal do trabalho pode ser reduzido a

$$RMg_\ell(\ell) = p^* PMg(\ell),$$

e dizemos, que, para essa empresa em concorrência perfeita o valor marginal do trabalho, $RMg_\ell(\ell)$, é igual ao valor do produto marginal do trabalho, $p^* PMg()$. Enquanto isso, como para uma empresa monopolista, $RMg < p(y)$, o valor marginal do trabalho será inferior ao valor de seu produto marginal avaliado ao preço de demanda do monopolista:

$$RMg_\ell(\ell) = RMg(y)PMg(\ell) < p(y)PMg(\ell).$$

Analizemos agora a seguinte afirmação "como a firma é monopolista, o valor marginal de uma unidade de trabalho é menor do que caso fosse uma firma competidora". Para dizer se essa afirmação está correta ou não, necessitamos de mais informações acerda de quais as condições nas quais a comparação está sendo realizada. Em particular: a comparação deve ser feita nos pontos de equilíbrio das duas empresas? Se não, em que ponto devemos fazer a comparação? Qual o preço de mercado com o qual a empresa em concorrência perfeita se defronta?

Parece-me que a resposta natural, visto que o enunciado não a explicita, seria comparar as duas empresas em situação de equilíbrio. Nesse caso, assumindo que a empresa seja tomadora de preços no mercado de trabalho e notando o preço de uma unidade de trabalho por w, sabemos, independentemente de ser uma monopolista ou uma empresa em concorrência perfeita, para maximizar seu lucro, a empresa deve contratar a quantidade de trabalho que faça com que:

$$RMg_\ell(\ell) = w.$$

Assim, considerando-se a situação de equilíbrio, o valor marginal do trabalho será o mesmo tanto para empresa monopolista quanto para a empresa em concorrência perfeita e será igual a w. Portanto, pode-se concluir que o item está errado, pois não é verdadeira a primeira parte de sua afirmação.

Como o gabarito considera a afirmação verdadeira, podemos considerar, como interpretação alternativa, que a comparação entre os valores marginais do trabalho da empresa monopolista e da empresa em concorrência perfeita deva se dar quando as duas empresas produzem a mesma quantidade de produto. Nesse caso, seria necessário saber com que preço a empresa em concorrência perfeita se defronta. Uma possível interpretação seria considerar que, dada a quantidade produzida pela empresa, o preço com o qual ela se defronta quando operando em concorrência perfeita seja o mesmo com o qual se defronta produzindo a mesma quantidade como monolopolista. Mais precisamente, podemos assumir que, quando a empresa emprega a quantidade $\hat{\ell}$ de trabalho, produzindo $\hat{y} = f(\hat{\ell})$, ela se defronta com um preço $\hat{p} = p_m(\hat{y})$, mesmo que opere em condições de concorrência perfeita, fora de seu equilíbrio. Nesse caso, o valor marginal do trabalho para a empresa em concorrência perfeita será

$$RMg_{\ell} = \hat{p}PMg_{\ell}.$$

Esse valor é superior ao valor marginal do trabalho para a epresa monopolista:

$$RMg_{\ell} = RMg_{m}(\hat{y})PMg_{\ell},$$

pois $RMg_{m}(\hat{y}) < \hat{p}$. Assim, para concluir que o valor marginal do trabalho para uma empresa em concorrência perfeita é superior ao valor marginal do trabalho para uma empresa monopolista, assumimos que a) as duas empresas produzem a mesma quantidade e b) o preço de mercado com o qual a empresa em concorrência perfeita se defronta é o preço dado pela função de demanda inversa da empresa monopolista à quantidade produzida. Note que, nessas condições, ao menos uma empresa não estará produzindo sua quantidade de equilíbrio.

Considere agora a segunda afirmação do item considerado, qual seja "a quantidade total de trabalho vale mais para a firma monopolista" (do que para a firma em concorrência perfeita). Avaliemos essa afirmação com base nas duas hipóteses que consideramos sobre as quantidades produzidas pela empresa em situação de monopólio e de concorrência perfeita.

Comecemos com a hipótese que julgo mais adequada, qual seja, de que a comparação é feita considerando os empregos de trabalho de equilíbrio para a empresa nas condições de monopólio e concorrência perfeita. Nesse caso, necessitamos mais informação para saber quanto será contratado de trabalho pela empresa em concorrência perfeita comparativamente à empresa em condições de monopólio. Para tal, parece-me natural mais uma vez assumir que a demanda de mercado pelo produto da indústria no qual a empresa em concorrência perfeita opera é a mesma demanda com a qual a empresa monopolista se defronta. Nessas condições, não há como garantir que o valor do trabalho para a empresa monopolista seja maior do que o valor do trabalho para a empresa em concorrência perfeita. Para mostrar isso, considere o seguinte contra exemplo: suponha que a função de produção seja $y = \gamma\ell$ na qual γ é uma constante real positiva, de tal sorte que a produtividade marginal do trabalho é constante. Suponha também que a função de demanda seja do tipo $x = ap^{-\epsilon}$, na qual x é a quantidade deandada do produto, apresentando elasticidade preço constante igual a $-\epsilon$, em que ϵ é uma constante real positiva.

A condição de equilíbrio para uma indústria em concorrência perfeita é a de que o preço seja igual ao custo marginal $p = \gamma$ de tal sorte que a quantidade total produzida pela indústria em concorrência perfeita será:

$$x^* = a\gamma^{-\epsilon}.$$

Se a indústria é composto de n empresas idênticas e todas produzem a mesma quantidade, cada uma delas irá produzir,

$$y_c^* = \frac{x^*}{n} = \frac{a\gamma^{-\epsilon}}{n}$$

unidades, empregando

$$\ell_c^* = \frac{x^*}{n\gamma} = \frac{a\gamma^{-\epsilon-1}}{n}$$

unidades de trabalho. O valor do trabalho para essa empresa igual ao valor de seu produto

$$RT_c^* = \gamma y_c^* = \frac{a\gamma^{1-\epsilon}}{n}. \tag{22}$$

O equilíbrio de uma empresa monopolista com a mesma condição de demanda e mesma função de custo, pode ser encontrado usando a fórmula do markup:

$$p_m = \gamma \frac{1}{1 - \frac{1}{\epsilon}} = \gamma \frac{\epsilon}{\epsilon - 1}$$

na qual p_m é o preço a ser praticado pelo monopolista. Substituindo esse preço na função de demanda, encontramos a quantidade y_m a ser produzida por esse monopolista:

$$y_m = a\gamma^{-\epsilon} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1}\right)^{-\epsilon}.$$

A receita do monopolista, no caso igual ao valor do trabalho para o monopolista será então dada por

$$RT_m = p_m \times y_m = a\gamma^{1-\epsilon}\left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1}\right)^{1-\epsilon}. \tag{23}$$

Comparando (22) e (23), chega-se à conclusão de que o valor do trabalho contratado pela empresa em condição de monopólio só será maior do que o valor do trabalho contratado pela empresa em condição de concorrência perfeita caso

$$\left(\frac{\epsilon}{\epsilon - 1}\right)^{1-\epsilon} > n.$$

Por exemplo, se $\epsilon = 1{,}01$ e $n \leq 96$, o valor do trabalho será maior para a empresa em concorrência perfeita. Assim, pela os equilíbrios da empresa em condições de monopólio e de concorrência perfeita, não é possível concluir que o valor do trabalho é maior para a empresa em condições de monopólio.

Caso se compare o valor do trabalho para a empresa produzindo em condições de monopólio e produzindo em condições de concorrência quando nos dois casos a mesma quantidade é produzida e o preço é dado pelo preço de demanda a essa quantidade, então, evidentemente, o valor do trabalho será o mesmo nos dois casos, pois, produzindo a mesma quantidade ao mesmo preço, a empresa obterá nas duas situações a mesma receita.

Portanto, para os dois critérios de comparação, eu consideraria o item FALSO, ao contrário do que aponta o gabarito.

Questão 13

O único agente de uma economia valoriza comida (C) e tempo de descanso (D). Suas preferências são representadas pela função, $U(D,C) = D^{\frac{1}{5}} c^{\frac{4}{5}}$, sendo descanso medido em horas diárias. As horas do dia não descansadas são dedicadas ao trabalho (L) de obter comida, segundo a função de produção $C = \sqrt{L}$. Apesar da existência de um agente, imagine que temos mercados competitivos com uma firma maximizando lucro, contratando trabalho no mercado de trabalho e um consumidor vendendo sua dotação de tempo, comprando de volta descanso e comida, a "preços de mercado". Fixe em \$1 o preço da hora de trabalho e considere P o preço da comida.

⓪ Em equilíbrio, o lucro da firma será \$15;

① Em equilíbrio, P = \$10;

② O consumidor escolhe quatro unidades de comida;

③ A renda nominal do consumidor, composta do valor da dotação de tempo mais o lucro da firma, é igual a \$40;

④ Se P cair pela metade do valor de equilíbrio, haverá excesso de oferta de trabalho, mas a somatória dos valores dos excessos de demanda pelos dois bens será nula.

Solução

Todos os itens dizem respeito à solução do modelo. Desse modo, é conveniente resolvê-lo antecipadamente. Iniciemos pelas condições de equilíbrio da firma. O produto marginal do trabalho é

$$PMg_L = \frac{d}{dL}\sqrt{L} = \frac{1}{2\sqrt{L}}.$$

Sendo P o preço da comida, o valor desse produto marginal é

$$P \times PMg = \frac{P}{2\sqrt{L}}.$$

Ao maximizar seu lucro a empresa deve contratar a quantidade de trabalho que iguale esse valor ao preço do trabalho, que é, por hipótese, igual a 1, assim, a função de demanda de trabalho da empresa é obtida resolvendo para L a equação:

$$\frac{P}{2\sqrt{L}} = 1,$$

obtendo

$$L = \frac{P^2}{4}. \tag{24}$$

O valor de seu produto em função de L será

$$P \times \sqrt{L} = P \times \sqrt{\frac{P^2}{4}} = \frac{P^2}{2}.$$

Como o preço do trabalho é 1, o custo da empresa é $L \times 1 = P^2/4$, de tal sorte que o lucro da empresa será

$$\pi = \frac{P^2}{2} - \frac{P^2}{4} = \frac{P^2}{4}. \tag{25}$$

Passemos a determinar as condições de equilíbrio do consumidor também no mercado de trabalho. Ele deve escolher quanto consumir de descanso e de comida, dada a restrição de que o valor da cesta de bens escolhida não pode ser superior ao valor de sua dotação inicial de 24 horas por dia que podem ser alocadas entre lazer e trabalho mais o lucro que ele recebe da firma:

$$P \times C + D \leq 24 + \pi = 24 + \frac{P^2}{4}$$

Empregando a fórmula da demanda para a função de utilidade Cobb-Douglas, a quantidade demandada de descanso será

$$D = \frac{24 + \frac{P^2}{4}}{5}. \tag{26}$$

A condição de equilíbrio no mercada para o tempo do consumidor é que a soma das demandas desse tempo seja igual ao total disponível:

$$D + L = 24$$
$$\frac{24 + \frac{P^2}{4}}{5} + \frac{P^2}{4} = 24.$$

Resolvendo essa equação para P, encontramos o preço de equilíbrio,

$$P^* = 8. \tag{27}$$

A esse preço, empregando (24), a empresa irá contratar

$$L^* = 16 \tag{28}$$

unidades de trabalho, obtendo um lucro, de acordo com (25), igual a

$$\pi^* = 16. \tag{29}$$

O valor da renda do consumidor entendido como a soma do valor de sua dotação inicial mais o lucro da empresa será

$$w^* = 24 + 16 = 40. \tag{30}$$

A quantidade produzida e consumida de comida será

$$C^* = \sqrt{L^*} = 4. \tag{31}$$

⓪ FALSO. O lucro é igual a 16, conforme obtido em (29).

① FALSO. O preço de equilíbrio, confore obtido em (27) é 8.

② VERDADEIRO. A quantidade de comida no equilíbro é quatro, conforme obtivemos em (31).

③ VERDADEIRO. Esse é o valor que obtivemos em (30).

④ VERDADEIRO. Se o preço for reduzido à metade, ele passará a valer $P = 4$. Substituindo esse valor na função de demanda de trabalho, obtemos

$$L = \frac{16}{4} = 4.$$

O lucro da empresa igualmente passa a ser, usando (29) $\pi = \frac{16}{4} = 4$. Substituindo esse valor na função de demanda por descanso, dada por (26), obtemos a quantidade demanda de descanso:

$$D = \frac{24 + \frac{16}{4}}{5} = \frac{28}{5} = 5{,}6.$$

Assim, a soma das demandas do tempo do consumidor será dada por

$$L + D = 4 + 5{,}6 = 9{,}6.$$

Esse valor é inferior à oferta data pela dotação inicial de 24 horas de tempo por dia. Desse modo, a oferta de tempo (24 horas) será superior à quantidade demandada, havendo excesso de oferta. Não obstante, em virtude da lei de Walras, a soma dos valores dos excessos de demanda pelos dois bens será sempre igual a zero.

QUESTÃO 14

Dois colegas de quarto convivem diariamente por oito horas. Ambos possuem salário diário de \$100. Um deles, denominado A, estuda bateria, cujo som irrita B, que gosta de meditar em silêncio. As funções utilidades dos dois colegas, em função do dinheiro (x_1) e horas de estudo (x_2^A) para A e horas de silêncio para B (x_2^B), são representadas por $U_A(x_1^A, x_2^A) = x_1 + \ln x_2$ e $U_B(x_1^B, x_2^B) = x_1 + \sqrt{x_2}$. Se normalizarmos o preço do bem um para \$1 e representarmos o preço do segundo bem por P, então:

⓪ Na ausência de custos de transação, a quantidade de barulho gerada neste caso não depende da forma como se define os direitos de propriedade, desde que estes sejam claramente estabelecidos;

① Coase afirma que, nas mesmas condições listadas no item anterior, A e B terão a mesma utilidade caso seja proibido ou permitido tocar bateria;

② O preço P de equilíbrio geral nessa situação será unitário;

③ Caso B detenha o direito ao silêncio, ele venderá por uma unidade monetária quatro horas de silêncio para A;

④ Caso A detenha o direito a fazer barulho, a demanda por silêncio de B é expressa por $x_2^B = \frac{1}{4p^2}$.

Solução

⓪ VERDADEIRO se ignorarmos a possibilidade de soluções de canto. O assim chamado teorema de Coase garante que, na ausência de custos de transações, desde que os direitos de propriedades sejam bem definidos, os agentes deverão negociar até que um equilíbrio eficiente seja atingido. A condição de alocação interior eficiente da renda dos dois colegas e do tempo entre silêncio e estudo é dada pela igualdade entre as taxas marginais de substituição dos dois colegas. Estas são dadas por

$$TMS_A = \frac{\frac{\partial U_A}{x_1^A}}{\frac{\partial U_A}{x_2^A}} = \frac{1}{1/x_2^A} = x_2^A$$

e

$$TMS_B = \frac{\frac{\partial U_B}{x_1^B}}{\frac{\partial U_A}{x_2^B}} = \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x_2^B}}} = 2\sqrt{x_2^B}$$

em que TMS_A e TMS_B são, respectivamente as taxas marginais de substituição de A e B, respectivamente. Assim, qualquer que seja a distribuição inicial de direitos de propriedade sobre o tempo compartilhado, os dois colegas devem negociar até atingir um equilíbrio que respeite a igualdade entre as taxas marginais de substituição e o limite de oito horas de tempo compartilhado diariamente:

$$\begin{cases} x_2^A = 2\sqrt{x_2^B} \\ x_2^A + x_2^B = 8 \end{cases}$$

Esse sistema de equações admite uma única solução com valores positivos de x_2^A e x_2^B, qual seja $x_2^A = x_2^B = 4$.

① FALSO. Caso seja permitido tocar bateria, o colega A deverá vender 4 horas de silêncio para o colega B aumentando sua renda. Caso seja proibido o uso da bateria o colega A deverá comprar o direito de tocar as 4 horas de bateria do colega B, tendo uma redução em sua renda. Assim, evidentemente, o colega A terá um nível de utilidade mais elevado quando é permitido tocar a bateria comparativamente a uma situação na qual isso não ocorre, acontecento o contrário com o colega B.

② FALSO. Como, de acordo com o primeiro teorema do bem estar social, a solução de equilíbrio geral é uma solução eficiente, nessa solução as condições de eficiência deduzidas no item 0 devem valer, isso implica $x_2^A = x_2^B = 4$ e $TMS_A = x_2^A = 4 = 2\sqrt{x_2^B} = TMS_B$. Além disso, na solução de equilíbrio geral, a taxa marginal de substituição é igual, em valor absoluto, ao preço relativo dos bens e, portanto,

$$\frac{p_1}{p_2} = 4$$

em que p_1 é o preço de uma unidade de renda e p_2 é o preço no qual os dois colegas negociam a distribuição das horas copartilhadas entre silêncio e estudo de bateria. Se mensurarmos os valores em unidades de renda, de tal sorte que $p_1 = 1$, a condição de equilíbrio geral requerirá que

$$\frac{1}{p_2} = 4 \Rightarrow p_2 = 0{,}25.$$

③ VERDADEIRO. De fato, vimos que, no equilíbrio, $x_2^B = 4$, isto é, o agente B irá desfrutar 4 horas de silêncio. Como o preço da hora de silêncio é, de acordo com o resultado obtido no item anterior, $0{,}25$, para adquirir as 4 horas de silêncio do agente B ele deverá pagar $4\times 0{,}25 = 1$ unidade monetária.

④ VERDADEIRO desde que, mais uma vez, ignore-se a possibilidade de solução de canto. A condição de equilíbrio do agente é que sua taxa marginal de substituição se iguale ao preço relativo. Sendo P o preço de uma hora expresso em unidades monetárias, essa condição é dada por:

$$2\sqrt{x_2^B} = \frac{1}{P}.$$

Resolvendo para x_2^B, encontramos a função de demanda

$$x_2^B = \frac{1}{4P^2}.$$

Questão 15

Com relação à modelagem de um jogo, é correto afirmar que:

⓪ Pode-se admitir que, ao se representar um jogo na forma estendida, nós pertencentes a um mesmo conjunto de informação sejam de jogadores diferentes;

① Na forma estendida, nós que pertençam a um mesmo conjunto de informação não podem apresentar diferentes conjuntos de ação;

② Não é possível representar um jogo simultâneo na forma estendida;

③ Ao construirmos uma árvore em um jogo, todo nó deve ser precedido por, no máximo, um outro nó apenas;

④ Todo nó na árvore de jogos deve ser sucessor de um único e mesmo nó inicial.

Solução

⓪ FALSO. Por definição um conjunto de informação é um conjunto de nós decisórios nos quais o mesmo jogador deve escolher entre alternativas que se repetem em todos os nós.

① VERDADEIRO. Verdade, as ações alternativas devem ser iguais para todos os nós de um conjunto de informação. A razão para isso é que o conjunto de informação representa as posições nas quais o jogador acredita que pode estar quando escolhe suas ações. Se as ações disponíveis em um nó decisório fossem diferentes das ações disponíveis em outro nó decisório, o jogador seria capaz de inferir sua posição a partir do conjunto de ações que ele deve escolher.

② FALSO. Com o uso de conjuntos de informação, é possível representar um jogo simultâneo, simplesmente fazendo com que o conjunto de informação do "segundo jogador" coincida com o conjunto de nós decisórios que se seguem à escolha do primeiro jogador.

③ VERDADEIRO. Essa é uma das regras para a representação de um jogo na forma estensiva.

④ VERDADEIRO. Verdadeiro, qualquer jogo deve iniciar com um único nó e todos os outros nós devem ser sucessores, diretos ou indiretos desse nó.